השקעות

במניות ונכסים

מסוכנים

פרק 12 - הערכת מניות ונכסים מסוכנים

בפרק 6 בחנו כדאיות השקעה בפרויקטים כאשר התעלמנו מנושא הסיכון שבהשקעה.
עכשיו ניקח בחשבון השקעה בנכסים שיש בהם סיכון - אפשר להרוויח ואפשר להפסיד...

נניח שאנחנו מעוניינים להשקיע במניה ואנחנו מתלבטים בין שתיים: A ו- B.
להלן שיעור השינוי (תשואה) החודשי בשער כל מניה במשך חצי השנה האחרונה:

חודש / מניה	ינואר	פברואר	מרץ	אפריל	מאי	יוני
A	6%	4%	-2%	1%	2%	-1%
B	12%	4%	-5%	-0.5%	10%	-4%

כשאנחנו באים לבחור נכס, נתייחס לשני מאפיינים:

1. הרווח הפוטנציאלי מההשקעה - על סמך ביצועי המניה בעבר אנחנו נצפה לביצועים דומים בעתיד. מאחר ומדובר רק בציפיה נתאר את הרווח הזה כ**תוחלת התשואה**. במילים אחרות, נחשב את הממוצע של ביצועי המניה בעבר, ונצפה שהיא תמשיך, פחות או יותר באותו קצב... את תוחלת התשואה של מניה נסמן ב- $E(R_i)$.
כאשר E מסמן תוחלת, R מסמן תשואה ו- i מסמן את שם הנכס המדובר.
למשל תוחלת התשואה של מניה A תסומן ב- $E(R_A)$ ותוחלת התשואה של B ב- $E(R_B)$
2. חוץ מהפוטנציאל לרווח צריך לקחת בחשבון גם את הסיכון שבהשקעה - כלומר יש סיכוי שביצועי הנכס בעתיד לא יהיו זהים לאלו שבעבר. זאת נבחן באמצעות בדיקת התנודתיות של הנכס. ככל שהוא תנודתי יותר, כך הוא יותר לא צפוי ולכן יותר מסוכן.
המדד שישמש אותנו לבחינת הסיכון הוא **סטיית התקן** של תשואת הנכס.
את סטיית התקן של התשואה נסמן ב- S_i או σ_i.

בעזרת פונקצית STAT נמצא את תוחלת התשואה וסטיית התקן של שתי המניות:
(אפשר להכניס את הנתונים של כל מניה בנפרד, או של שתיהן בטורים X ו- Y)

מניה A
6
4
-2
1
2
-1

אחרי שמכניסים נתונים:
AC
SHIFT + STAT
5:Var
2:$\bar{x}$ ממוצע/תוחלת
$E(R_A) = 1.667$
3:$x\sigma n$ סטיית תקן
$S_A = 2.75$

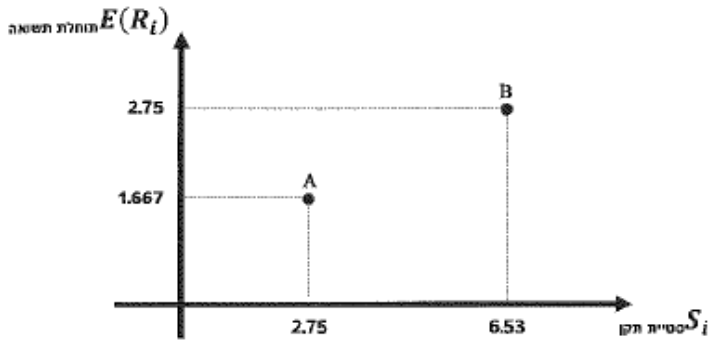
מניה B
12
4
-5
-0.5
10
-4

אחרי שמכניסים נתונים:
AC
SHIFT + STAT
5:Var
2:$\bar{x}$ ממוצע/תוחלת
$E(R_B) = 2.75$
3:$x\sigma n$ סטיית תקן
$S_B = 6.53$

סיכום הנתונים:

מניה	תוחלת תשואה	ס. תקן
A	1.667%	2.75%
B	2.75%	6.53%

כדי לראות טוב יותר את נתוני המניות אחת ביחס לשניה, נמקם אותן בגרף, שבמערכת הצירים שלו ציר ה- X יהיה ציר הסיכון (סטיית תקן) וציר ה- Y יהיה הרווח (תוחלת התשואה).



במידה ואנחנו נאלצים לבחור במניה אחת, איזו נעדיף?

כמובן שקודם כל מסתכלים על פוטנציאל הרווח, שם מניה B מנצחת כי תוחלת התשואה שלה גבוהה יותר (בגרף רואים את זה בכך שהיא מעל מניה A).

מצד שני צריך גם לקחת בחשבון את הסיכון, כאן אפשר לראות שדווקא מניה A מנצחת כי הסיכון שלה נמוך יותר (בגרף רואים את זה בכך שמניה A נמצאת שמאלה ממניה B).

אז איך נקבע?

ישנם שלושה קריטריונים אפשריים לקביעת העדפת נכסים מסוכנים:

1. קריטריון תוחלת שונות (MVC)
2. קריטריון מקדם ההשתנות (CV)
3. קריטריון הדומיננטיות הסטוכסטית (SD)

קריטריון תוחלת שונות (MVC - Mean Variance Criterion)

קריטריון זה קובע שמניה אחת תהיה עדיפה על השניה רק במידה והיא -
בעלת תוחלת תשואה גבוהה יותר **וגם** בעלת סיכון נמוך יותר.

A עדיפה על B אם: $E(R_A) > E(R_B)$ **וגם** $S_A < S_B$

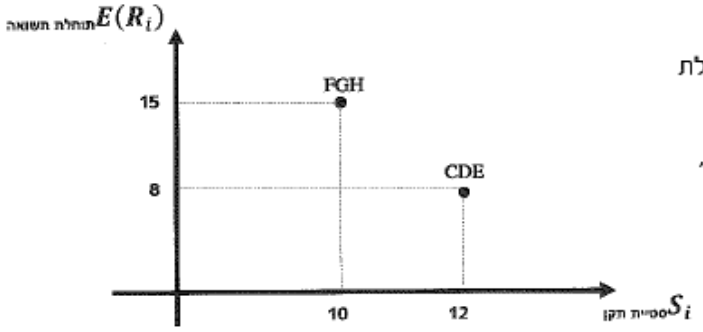
הערה: אפשר שאחד מהאי שוויונים יהיה שוויון, למשל אם תשואת A גבוהה מתשואת B וסטיות התקן של המניות שוות, עדיין A עדיפה על B.

דוגמא 1:

נתונות שתי המניות CDE ו- FGH:

מניה	תוחלת תשואה	ס. תקן
CDE	8%	12%
FGH	15%	10%

נמקם את המניות בגרף:



ניתן לראות שמניה FGH מציעה תוחלת תשואה גבוהה יותר (נמצאת מעל) וגם סטיית תקן נמוכה יותר (שמאלה), לכן על פי כלל תוחלת שונות, נבחר במניה FGH.

כלל: על פי קריטריון תוחלת שונות נעדיף את המניה שנמצאת משמאל ולמעלה

דוגמא 2:

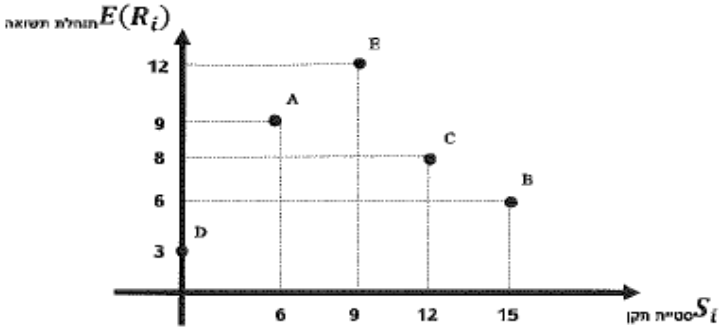
לפניך תוחלת התשואה וסטיית התקן של חמש המניות היחידות בשוק ההון -

מניה	סטיית תקן	תוחלת תשואה
A	6%	9%
B	15%	6%
C	12%	8%
D	0%	3%
E	9%	12%

בהנחה כי ניתן לבחור במניה אחת בלבד, על פי כלל תוחלת שונות (MVC) באילו מניות לא יבחר אף משקיע?

פתרון:

נמקם את חמש המניות בגרף:



כשרוצים להשוות בין מספר מניות ולא רק 2, נתחיל לפסול את המניות הלא רלוונטיות. איך נזהה אותן? אלו מניות שיש מניה אחרת שטובה מהן.

נתחיל לפי הסדר:

מניה A – האם יש מניה אחרת שגם גבוהה ממנה וגם משמאלה? לא!

שימו לב, אמנם E גבוהה ממניה A, אך היא מימינה ולכן יותר מסוכנת. אין העדפה.

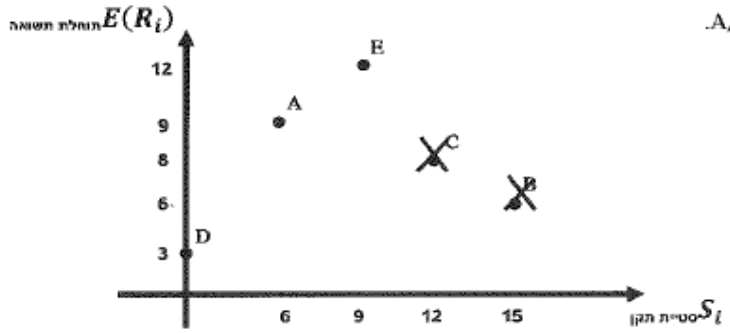
מניה B – האם יש מניה אחרת שגם גבוהה ממנה וגם משמאלה? כן, יש כמה כאלה (C,E,A) ולכן מניה B לא רלוונטית. נפסול אותה.

מניה C – גם כאן יש את מניות A ו- E שגם גבוהות ממנה וגם משמאלה ולכן גם C נפסלת.

מניה D – אמנם כולן מעליה, אך אף אחת לא משמאלה ולכן D בסדר.

מניה E – אין מניה אחרת שמעליה ומשמאלה ולכן גם E בסדר.

אחרי שפסלנו את מניות B ו- C, נותרנו עם שלוש מניות פוטנציאליות A,D,E.



מבין השלוש האלו אין לנו העדפה ולכן כל משקיע יבחר איזו שירצה מבין שלוש אלה, לפי העדפות הסיכון שלו.

משקיע שלא רוצה סיכון כלל ומוכן להתפשר על תשואה נמוכה יבחר ב- D.

משקיע שרוצה תשואה גבוהה מאוד ומוכן לקחת את הסיכון הגדול יבחר ב- E וכו'...

על שלוש המניות הפוטנציאליות האלה נאמר שהן מרכיבות את **חזית היעילות**.

קריטריון מקדם ההשתנות (CV - Coefficient Variance)

בקריטריון הקודם (תוחלת שונות) רצינו גם תשואה יותר גבוהה וגם סטיית תקן יותר נמוכה, אך ישנם מצבים בהם אנחנו רוצים לקבוע העדפה על פי היחס בין הסיכון והתשואה - זה מה שייתן לנו קריטריון מקדם ההשתנות.

החישוב של מקדם ההשתנות הוא סטיית התקן חלקי תוחלת התשואה: $CV_i = \frac{S_i}{E(R_i)}$

למשל עבור שתי המניות הבאות:

מניה	תוחלת תשואה	ס. תקן
RTF	10%	5%
PLS	15%	10%

ניתן לראות כי מניית PLS מציעה תשואה גבוהה יותר, אך גם יותר מסוכנת, כך שעל פי כלל תוחלת שונות אין לנו הכרעה.

על פי כלל מקדם ההשתנות נחשב את ה- CV לכל מניה:

מניה RTF: $CV_{RTF} = \frac{S_i}{E(R_i)} = \frac{5}{10} = 0.5$ ***חצי יחידת סיכון על כל אחוז תשואה***

מניה RTF: $CV_{PLS} = \frac{S_i}{E(R_i)} = \frac{10}{15} = 0.667$ ***שני שליש יחידת סיכון על כל אחוז תשואה***

על פי הקריטריון נבחר במניה עם ה- CV הנמוך יותר (פחות סיכון על כל יחידת תשואה), ולכן נבחר במניה **RTF**.

דוגמא 3:

כבר פגשנו את שתי המניות CDE ו- FGH:

מניה	תוחלת תשואה	ס. תקן
CDE	8%	12%
FGH	15%	10%

ראינו שעל פי כלל **תוחלת שונות** מניה FGH עדיפה (גם תשואה יותר גבוהה וגם סטיית תקן יותר נמוכה). האם זה אומר שגם על פי כלל **מקדם ההשתנות** FGH תהיה עדיפה?

מניה CDE: $CV_{CDE} = \frac{S_i}{E(R_i)} = \frac{12}{8} = 1.5$ ***אחת וחצי יחידת סיכון על כל אחוז תשואה***

מניה FGH: $CV_{FGH} = \frac{S_i}{E(R_i)} = \frac{10}{15} = 0.667$ ***שני שליש יחידת סיכון על כל אחוז תשואה***

גם על פי מקדם ההשתנות מניה FGH עדיפה וזה הגיוני שכן למניה שיש לה תשואה גבוהה וסטיית תקן נמוכה יהיה CV בהכרח יותר נמוך (כי גם המונה יותר קטן וגם המכנה יותר גדול).

אם מניה אחת עדיפה על פי כלל תוחלת שונות, היא בהכרח עדיפה גם על פי מקדם ההשתנות.

קריטריון הדומיננטיות הסטוכסטית (SD - Stochastic Dominance)

<u>הערה: נושא זה לא הופיע בבחינה מעולם על אף שהוא מופיע בסיליבוס.</u>

דומיננטיות סטוכסטית היא שיטה גרפית לבדיקת כדאיות השקעה.

לפני שנראה כיצד פועל הקריטריון נגדיר את השלבים בבניית גרף הדומיננטיות של השקעה בוודאות, כאשר עבור אותה השקעה נתונות הסתברויות שונות לתשואות אפשריות.

<u>השקעה A:</u>

$E(R_i)$ תשואה	P הסתברות
10%	0.2
20%	0.4
5%	0.1
15%	0.3

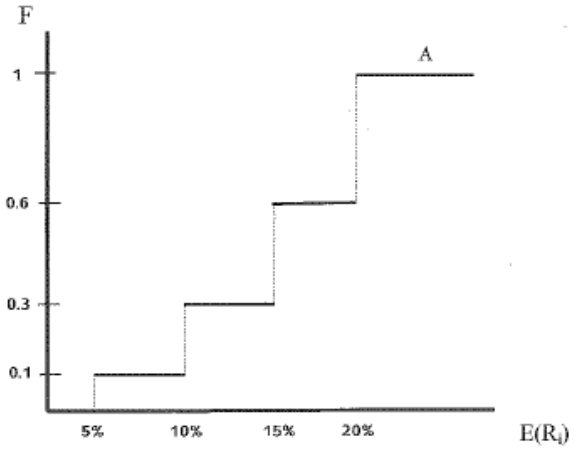
<u>שלבים בבניית הגרף:</u>

1. דירוג התרחישים לפי סדר עולה של תשואה
2. חישוב השכיחות המצטברת של התרחישים (על ידי צבירת ההסתברויות)
3. שרטוט גרף של תשואה (ציר X) כול שכיחות מצטברת (ציר Y)

שלבים 2+1:

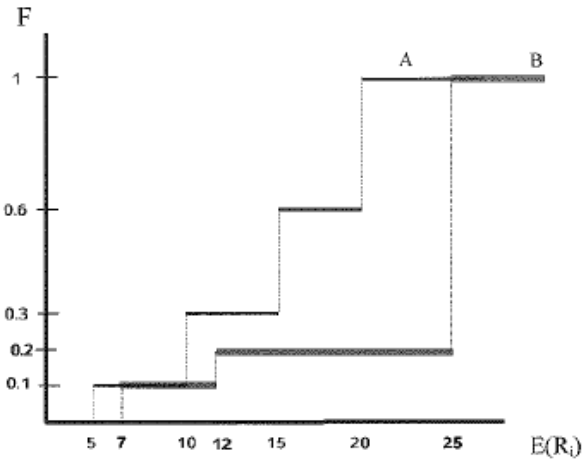
$E(R_i)$ תשואה	P הסתברות	F שכיחות מצטברת
5%	0.1	**0.1**
10%	0.2	0.1+0.2 = **0.3**
15%	0.3	0.1+0.2+0.3 = **0.6**
20%	0.4	0.1+0.2+0.3+0.4 = **1**

שלב 3:



השקעה B:

$E(R_i)$ תשואה	P הסתברות	F שכיחות מצטברת
7%	0.1	**0.1**
12%	0.1	0.1+0.1 = **0.2**
25%	0.8	0.1+0.1+0.8 = **1**



דומיננטיות סטוכסטית מסדר ראשון (FSD):
אם גרף הדומיננטיות של השקעה B **תמיד** מתחת לגרף הדומיננטיות של השקעה A,
אז השקעה B תהיה עדיפה על השקעה A

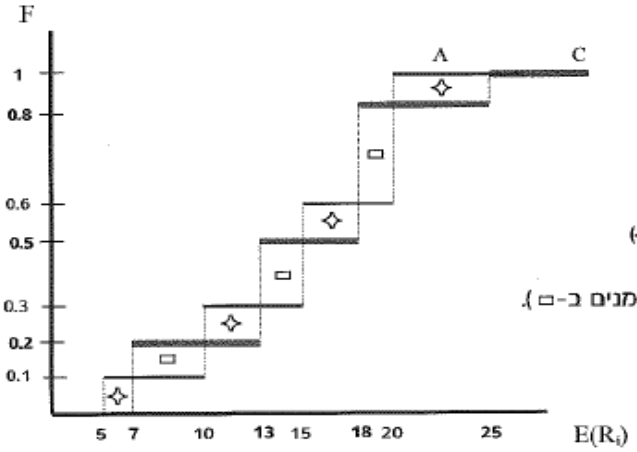
בדוגמא שלנו, השקעה B עדיפה על השקעה A עפ"י קריטריון דומיננטיות סטוכסטית מסדר ראשון.
שימו לב שהגרפים נוגעים זה בזה בנקודות מסוימות אך לא נחתכים.

כאשר ההתפלגויות המצטברות של הפרויקטים כן נחתכות לא ניתן להשוות בין הפרויקטים לפי FSD והדירוג יתבצע לפי SSD - **דומיננטיות סטוכסטית מסדר שני.**

נשווה את השקעה A להשקעה חדשה

<u>השקעה C:</u>

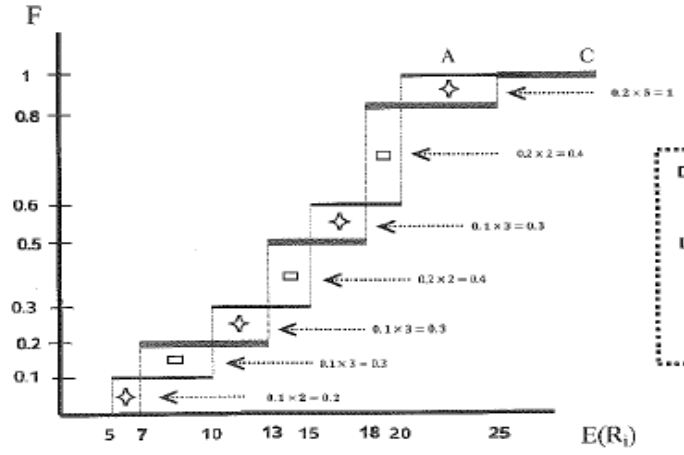
$E(R_i)$ תשואה	P הסתברות	F שכיחות מצטברת
7%	0.2	**0.2**
13%	0.3	0.2+0.3 = **0.5**
18%	0.3	0.2+0.3+0.3 = **0.8**
25%	0.2	0.2+0.3+0.3+0.2 = 1



כאשר הגרפים נחתכים,
נחשב את המלבנים שנוצרים.
נחבר את כל השטחים שנמצאים
מתחת לקו של A (מסומנים ב-✧)
ונחבר בנפרד את כל השטחים
שנמצאים מתחת לקו של B (מסומנים ב-□).

דומיננטיות סטוכסטית מסדר שני (SSD): *עבור גרפים נחתכים*

אחרי חישוב השטחים וחיבורם, השטח הנמוך יותר מצביע על הפרויקט העדיף



חיבור כל השטחים של A שמסומנים ב-✧ נותן סכום של 1.8

חיבור כל השטחים של B שמסומנים ב-□ נותן סכום של 1.1

על פי כלל SSD השטח הנמוך יותר מצביע על הפרויקט העדיף - B.

שאלות מבחינות עבר:

שאלה 1

לפי מודל תוחלת שונות (MVC), נכס פיננסי A עדיף על נכס פיננסי B כאשר:

א. $\mu_A \geq \mu_B$ וגם $\sigma_A \geq \sigma_B$ אם קיים אי שוויון חזק אחד לפחות.

ב. $\mu_A \geq \mu_B$ וגם $\sigma_A \leq \sigma_B$ אם קיים אי שוויון חזק אחד לפחות.

ג. $\mu_A > \mu_B$, $\sigma_A > \sigma_B$.

ד. $\mu_A < \mu_B$, $\sigma_A < \sigma_B$.

ה. כל הטענות האחרות שגויות.

נתונים לשאלות 2-3

להלן נתונים על נכסים פיננסיים A-F:

	תוחלת	שונות
A	12%	10%
B	8%	7%
C	6%	8%
D	10%	11%
E	5%	3%
F	9%	6%

שאלה 2

לפי כלל תוחלת שונות ובהנחה כי ניתן להשקיע בנכס אחד בלבד, איזה מהמשפטים הבאים נכון?

א. כל המשקיעים ישקיעו בנכס A

ב. אף משקיע לא ישקיע בנכס F

ג. אף משקיע לא ישקיע בנכס E

ד. כל המשקיעים ישקיעו בנכס D

ה. אף תשובה אינה נכונה

שאלה 3

איזה מבין המניות לעיל נמצאות על חזית היעילות?

א. נכסים C, D, E

ב. נכסים B, C, F

ג. נכסים A, C, F

ד. נכסים A ,E, F

ה. אף תשובה אינה נכונה

<u>פתרון 1</u>

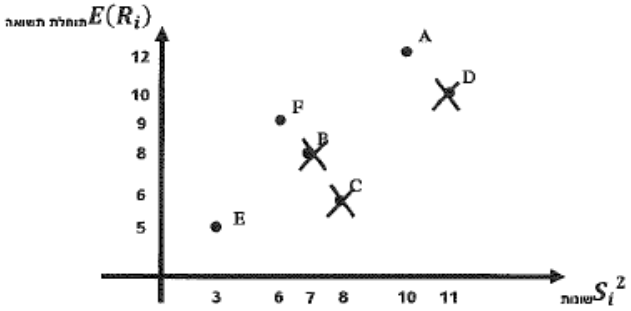
עקרון תוחלת שונות מדבר על כך שנכס אחד עדיף על השני אם הוא בעל תוחלת תשואה (μ) גבוהה יותר וסטיית תקן (σ) נמוכה יותר. אחד מהם יכול להיות גם שווין.
בתשובה ב' מתואר כי התשואה גדולה/שווה וסטיית התקן נמוכה/שווה, ובלבד שקיים אי שווין חזק אחד לפחות - כלומר לא יכול להיות ששניהם יהיו שווים (שכן אז אין העדפה).

תשובה ב' נכונה

חשוב להכיר את הסימונים!!

<u>פתרון 2+3</u>

ראשית נמקם את הנכסים בגרף:



ניתן לראות שישנם שלושה נכסים בהם בטוח לא נשקיע מכיוון שיש נכס טוב מהם (תשואה גבוהה יותר וסטיית תקן נמוכה יותר).
אלו הם נכסים B,C,D.

לגבי הנכסים הנותרים, A,F,E, כל משקיע יבחר מה שמתאים לו בהתאם להעדפות הסיכון, לכן אין פה הכרח שכולם יבחרו בנכס כלשהו.

בשאלה 2 התשובה היא ה'
בשאלה 3 התשובה היא ד'

פרק 13 - שילוב מניות ויצירת תיק השקעות

בפרק הקודם בחנו קריטריונים להעדפת נכס/השקעה, כאשר ניתן היה להשקיע רק בנכס אחד.
בפרק זה נראה איך להתייחס למצבים בהם מותר לנו לחלק את כספינו בין מספר נכסים, כאשר הקריטריון שיוביל אותנו בקביעת העדפת נכסים/תיקים הוא קריטריון תוחלת שונות.

כבר ראינו שכל נכס מאופיין על ידי שני מדדים:

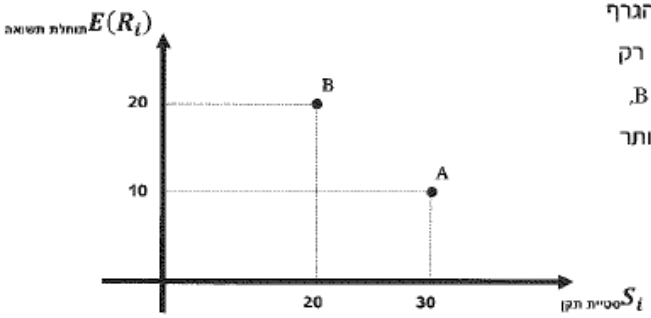
1. תוחלת תשואה $E(R_i)$ - מתארת את הרווח הפוטנציאלי מההשקעה
2. סטיית תקן S_i - מתארת את הסיכון (התנודתיות) הגלום בהשקעה

ניקח לדוגמא את שתי המניות A ו- B.

תוחלת התשואה של מניה A היא 10% וסטיית התקן של תשואת המניה היא 30%.

תוחלת התשואה של מניה B היא 20% וסטיית התקן של תשואת המניה היא 20%.

כאשר ממקמים את המניות על הגרף
אפשר לראות שאם מותר לבחור רק
בנכס אחד, בהכרח נבחר במניה B,
שכן היא מציעה תשואה גבוהה יותר
ובסיכון נמוך יותר.



כל עוד לא נתון לנו
שמותר לבחור רק
נכס אחד, מבחינתנו
מותר להשקיע בכמה שרוצים, וזה סיפור חדש לגמרי...

ברגע שאנחנו מחליטים לחלק את כספנו בין מספר מניות, אנחנו יוצרים תיק השקעות (Portfolio).
תיק ההשקעות מאופיין בתוחלת תשואה $E(R_p)$ ובסטיית תקן S_p - כאשר p מייצג תיק כלשהו.

תוחלת התשואה וסטיית התקן של התיק שאנחנו יוצרים תלויות בשלושה דברים:

- מאפייני הנכסים שמרכיבים את התיק (תוחלת תשואה וסטיית תקן של הנכסים)
- הקשר בין הנכסים (מקדם המתאם בינהם)
- חלוקת הכסף שלנו בין הנכסים (המשקל של כל נכס בתיק)

מציאת מאפייני תיק השקעות

ניעזר בשתי המניות A ו- B:

מניה	תוחלת תשואה	ס. תקן
A	10%	30%
B	20%	20%

נניח שלמשקיע יש 150,000 ₪.

מתוך הכסף הזה הוא מעוניין לשים 50,000 ₪ בצד (מה שנקרא מתחת לבלטות) - אין סיכון.

סכום הכסף הזה שהמשקיע מחזיק במזומן לא מעניין אותנו.

מה שרלוונטי לנו זה אותם 100,000 ₪ שהמשקיע כן מעוניין לסכן ובסכום הזה קונה מניות.

הוא משקיע 20,000 ₪ (20%) במניה A ואת היתר - 80,000 ₪ (80%) במניה B.

- נמצא את מאפייני התיק שיצר המשקיע:

תוחלת תשואת תיק $E(R_p)$ - ממוצע משוקלל של התשואות של המניות.

משקל מניה A — משקל מניה B

$$E(R_p) = W_A \cdot E(R_A) + W_B \cdot E(R_B)$$

תוחלת תשואת תיק — תוחלת תשואת מניה A — תוחלת תשואת מניה B

זיכרו שהמשקל של מניה A (W_A) והמשקל של מניה B (W_B) צריכים להשלים ל- 1.

$$E(R_p) = 0.2 \cdot 10 + 0.8 \cdot 20$$

$$E(R_p) = 18$$

שימו לב שאת המשקלים רושמים בשבר עשרוני ואת האחוזים (תשואות) נרשום כמספרים רגילים, כך גם התוצאה תהיה כבר באחוזים - 18%

סטיית תקן תיק S_p - כדי להסביר את סטיית התקן של התיק, נתחיל בלשאול למה בכלל לחלק את הכסף שלנו בין מספר נכסים ולא להשקיע במקום אחד?

התשובה היא פיזור הסיכון והרעיון הוא שאם נשקיע רק בנכס אחד והוא קורס, כל התיק שלנו קורס יחד איתו. לעומת זאת כשמשקיעים במספר נכסים, אם אחד מהם קורס, אמנם זה משפיע על התיק שלנו, אבל רק באופן חלקי ובכך למעשה נמנענו מהפסד גדול מאוד.

מה שחשוב להבין הוא שלא מספיק שנחלק את הכסף שלנו בין מספר נכסים, אלא גם חשוב שהנכסים האלו לא יתנהגו בצורה דומה. למשל אם נחלק את כספנו בין מניית בנק הפועלים ומניית בנק לאומי, לא באמת פיזרנו את הכסף, כי ירידה בענף הבנקאות תפגע בכל התיק שלנו.

אנחנו נחפש לחלק את ההשקעה בין נכסים אשר מתנהגים בצורה שונה (כלומר מענפים שונים ואף ממדינות שונות). איך מודדים עד כמה הנכסים שאנחנו משקיעים בהם מתנהגים שונה/דומה? **זה תלוי במקדם המתאם (r) בין הנכסים.**

<u>תזכורת:</u>

את מקדם המתאם הכרנו בפרק של שני משתנים בסטטיסטיקה.

מקדם המתאם נע בין 1 (קשר חיובי מלא) לבין 1- (קשר שלילי מלא).

בעולם ההשקעות אנחנו נשאף לבחור נכסים שהמתאם ביניהם כמה שיותר נמוך, משום שאז הם יתנהגו בשונה זה מזה, יפצו זה על זה, והמשמעות היא תיק מאוזן יותר – בטוח יותר.

נניח שמקדם המתאם בין מניה A ומניה B הוא 0.4- (מינוס).

זו הנוסחה למציאת סטיית תקן של תיק (לא להיבהל):

$$S_p = \sqrt{W_A^2 \cdot S_A^2 + W_B^2 \cdot S_B^2 + 2 \cdot W_A \cdot W_B \cdot S_A \cdot S_B \cdot r}$$

סטיית תקן תיק | משקל מניה A בתיק | סטיית תקן מניה A | משקל מניה B בתיק | סטיית תקן מניה B | משקל מניה A | משקל מניה B | סטיית תקן מניה A | סטיית תקן מניה B | מקדם המתאם

בחישוב של סטיית תקן של תיק נחשב קודם כל את מה שנמצא בתוך השורש, ורק אחר נוציא לתוצאה שורש (או נעלה בחזקת חצי – שזה אותו הדבר).

גם כאן את המשקלים נרשום בשבר עשרוני ואת סטיות התקן במספרים רגילים.

$$S_p = \sqrt{0.2^2 \cdot 30^2 + 0.8^2 \cdot 20^2 + 2 \cdot 0.2 \cdot 0.8 \cdot 30 \cdot 20 \cdot (-0.4)}$$

התוצאה של התרגיל בתוך השורש היא 215.2 וסטיית התקן של התיק היא $S_p = 14.67$

לרוב לא הולך בפעם הראשונה עם התרגיל הארוך הזה, אז אם לא יצא, נסו שוב..

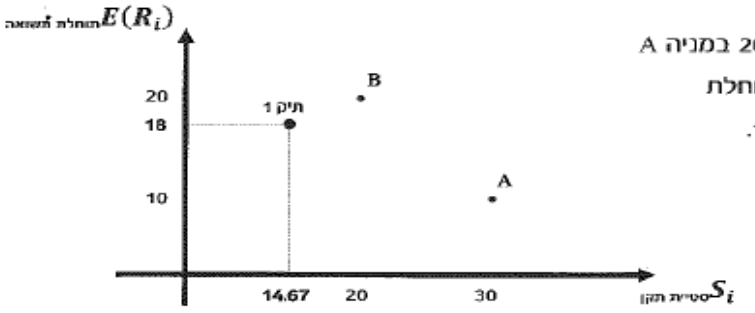
לסיכום:

המשקיע הזה שלנו שהשקיע 20% במניה A

ו- 80% במניה B, יצר תיק עם תוחלת

תשואה 18% וסטיית תקן 14.67%.

נמקם את התיק בגרף.



שימו לב שהצלחנו

ליצור תיק שהסיכון

שלו יותר נמוך

מהסיכון של מניה B. זה התאפשר לנו בזכות חלוקת הכסף בין שני נכסים שבינהם מתאם (r) נמוך.

בהמשך לנתוני השאלה, משקיע שני מעוניין להשקיע 30% מתיק ההשקעות שלו במניה A ואת היתר (70%) במניה B. מה יהיו תוחלת התשואה וסטיית התקן של תיק המשקיע השני?

תוחלת תשואת תיק $E(R_p)$ – ממוצע משוקלל של התשואות של המניות.

$$E(R_p) = W_A \cdot E(R_A) + W_B \cdot E(R_B)$$ תוחלת תשואת תיק

זיכרו שאת המשקלים רושמים בשבר עשרוני ואת התשואות רושמים כמספר רגיל.

$$E(R_p) = 0.3 \cdot 10 + 0.7 \cdot 20$$

$$E(R_p) = 17\%$$

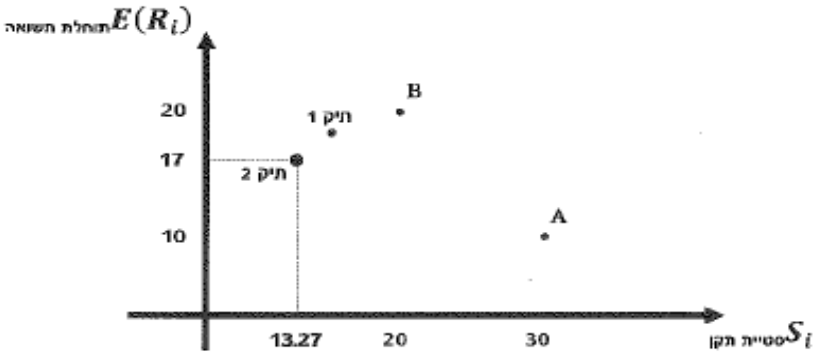
סטיית תקן תיק S_p - עבור אותם נתונים, עם מתאם של (-0.4)

$$S_p = \sqrt{W_A^2 \cdot S_A^2 + W_B^2 \cdot S_B^2 + 2 \cdot W_A \cdot W_B \cdot S_A \cdot S_B \cdot r}$$ סטיית תקן תיק

$$S_p = \sqrt{0.3^2 \cdot 30^2 + 0.7^2 \cdot 20^2 + 2 \cdot 0.3 \cdot 0.7 \cdot 30 \cdot 20 \cdot (-0.4)}$$

$$S_p = 13.27\%$$

אחרי שמצאנו את מאפייני התיק, נוסיף אותו לגרף.
תיק 2 אפילו פחות מסוכן מתיק 1 (אבל מציע תשואה נמוכה יותר).



כפי ששני המשקיעים הראשונים בחרו לחלק את כספם, כך יכולים להיות אינסוף משקיעים שונים שכל אחד יבחר לחלק את כספו בצורה שונה.
עוד אפשר לראות שאפשר ליצור תיקים שיהיו פחות ופחות מסוכנים, אך עד כמה?
מהו התיק הכי פחות מסוכן (סטיית תקן הכי נמוכה שאפשר) שניתן ליצור בשילוב שתי המניות?

מציאת תיק מינימום שונות (MVP) -

תוצאת הנוסחה הבאה תגיד לנו איזה אחוז מהתיק צריך להיות מושקע במניה A על מנת ליצור את התיק הכי פחות מסוכן (מינימום שונות = מינימום סטיית תקן).

$$W_A = \frac{S_B^2 - S_A \cdot S_B \cdot r}{S_A^2 + S_B^2 - 2 \cdot S_A \cdot S_B \cdot r}$$

W_A: משקל מניה A בתיק מינימום שונות

S_B: סטיית תקן מניה B בריבוע

$S_A \cdot S_B \cdot r$: סטיית תקן מניה A, סטיית תקן מניה B, מקדם המתאם

S_A^2: סטיית תקן מניה A בריבוע

S_B^2: סטיית תקן מניה B בריבוע

נציב את הנתונים:

$$W_A = \frac{20^2 - 30 \cdot 20 \cdot (-0.4)}{30^2 + 20^2 - 2 \cdot 20 \cdot 30 \cdot (-0.4)}$$

$W_A = 0.36$ (מעוגל)

משמעות התוצאה היא שכדי ליצור את התיק הכי פחות מסוכן עלינו להשקיע 36% מהכסף במניה A ואת היתר (64%) במניה B.

כדי למצוא את מאפייני 'תיק מינימום שונות' (תשואה וסטיית תקן) נציב את המשקלים בנוסחאות:

תוחלת תשואת תיק $E(R_p)$ -

$$E(R_p) = W_A \cdot E(R_A) + W_B \cdot E(R_B)$$

תוחלת תשואת תיק

$$E(R_p) = 0.36 \cdot 10 + 0.64 \cdot 20$$

$$E(R_p) = 16.4\%$$

סטיית תקן תיק S_p -

$$S_p = \sqrt{W_A^2 \cdot S_A^2 + W_B^2 \cdot S_B^2 + 2 \cdot W_A \cdot W_B \cdot S_A \cdot S_B \cdot r}$$

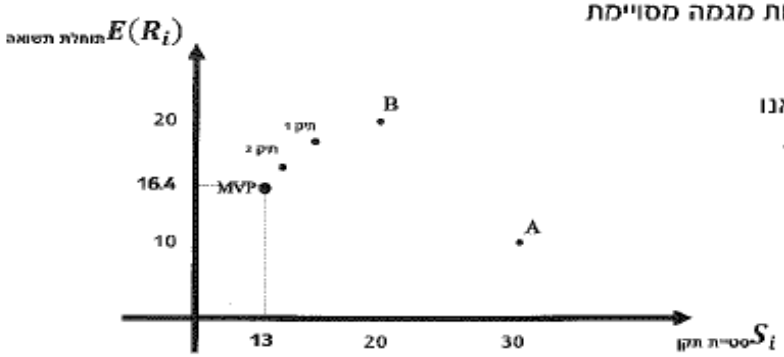
סטיית תקן תיק

$$S_p = \sqrt{0.36^2 \cdot 30^2 + 0.64^2 \cdot 20^2 + 2 \cdot 0.36 \cdot 0.64 \cdot 30 \cdot 20 \cdot (-0.4)}$$

$$S_p = 13\%$$

את התיק שמצאנו (MPV – תיק מינימום שונות) נמקם בגרף, ועכשיו כבר אפשר לראות מגמה מסויימת של תיקים שאפשר ליצור.

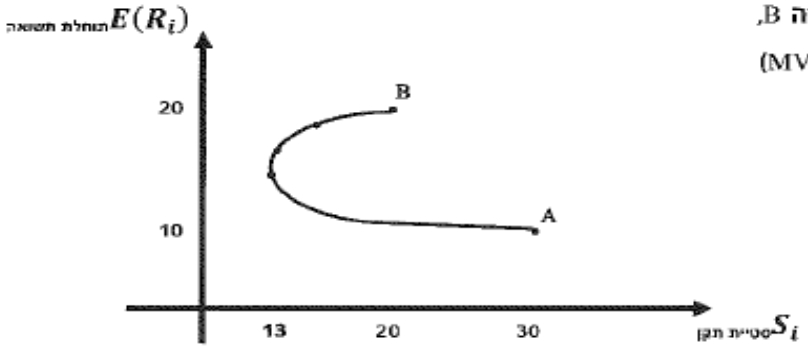
שימו לב שכמו שלוש הנקודות שמצאנו (תיק 1, תיק 2, MVP) אפשר להמשיך ולבנות אינסוף תיקים, שכל אחד מהם יהיה נקודה, ולבסוף נקבל קו אחד רצוף שיחבר את כולן.



<u>אוסף התיקים שניתן ליצור</u>

אוסף התיקים הוא למעשה אינסוף נקודות הנמצאות בין שתי המניות שמרכיבות את התיקים. כל הנקודות האלו מהוות קו אשר יצא ממניה אחת ויגיע עד לשניה.

בדוגמא שראינו הקו יוצא מנקודה B,
עובר דרך תיק מינימום שונות (MVP)
בסטיית תקן 13, ומשם ממשיך
למניה A. במילים אחרות
נאמר שלקו יש 'בטן' שמאלה.
אך האם ה'בטן' הזו
תמיד תראה כך?



תלוי במקדם המתאם!!!

בואו ניקח את אותן שתי מניות, רק הפעם נניח שהמתאם בינהן הוא לא 0.4- (שלילי) אלא 0.3 (חיובי). כמובן שבמצב כזה המניות קצת יותר מתואמות אחת עם השניה ולכן הפיזור פחות יעיל. המשמעות היא שהתיקים שנוכל ליצור יהיו בעלי סטיית תקן גבוהה יותר (יותר מסוכנים).

לדוגמא, נמצא את תיק מינימום שונות עבור המניות האלו.
נתחיל עם הנוסחה של תיק מינימום שונות:

$$W_A = \frac{S_B^2 - S_A \cdot S_B \cdot r}{S_A^2 + S_B^2 - 2 \cdot S_A \cdot S_B \cdot r}$$

$$W_A = \frac{20^2 - 30 \cdot 20 \cdot (0.3)}{30^2 + 20^2 - 2 \cdot 20 \cdot 30 \cdot (0.3)}$$

$$W_A = 0.234 \qquad \rightarrow \qquad W_B = 0.766$$

סטיית תקן תיק S_p -

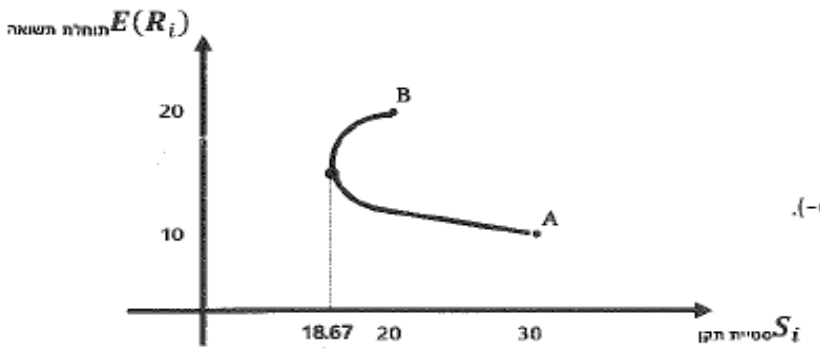
$$S_p = \sqrt{W_A^2 \cdot S_A^2 + W_B^2 \cdot S_B^2 + 2 \cdot W_A \cdot W_B \cdot S_A \cdot S_B \cdot r}$$
סטיית תקן תיק

$$S_p = \sqrt{0.234^2 \cdot 30^2 + 0.766^2 \cdot 20^2 + 2 \cdot 0.234 \cdot 0.766 \cdot 30 \cdot 20 \cdot (0.3)}$$

$$S_p = 18.67\%$$

מה זה מראה לנו?

שעם מקדם מתאם גבוה יותר,
הקצה השמאלי של ה'בטן' מגיע
רק עד סטיית תקן 18.67%
(לעומת 13% כשהמתאם היה 0.4-).

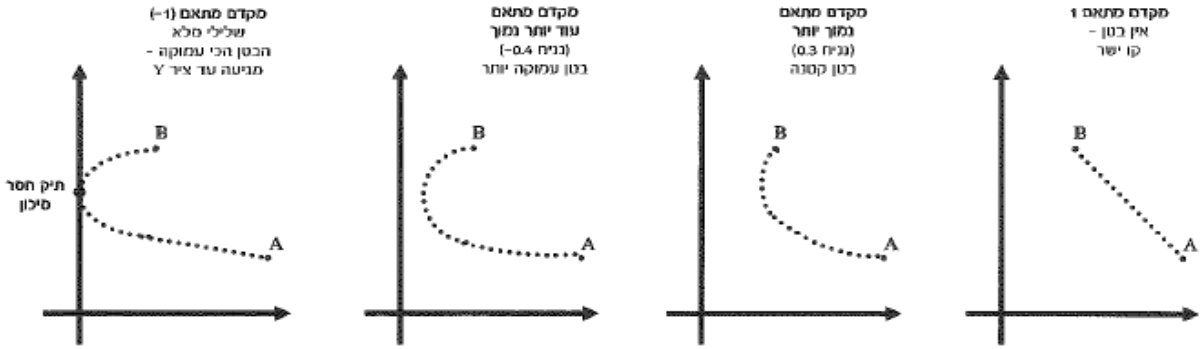


ככל שמקדם המתאם גבוה יותר, תהיה פחות 'בטן'.

אם מקדם המתאם 1, אין בטן כלל ויהיה לנו קו ישר.

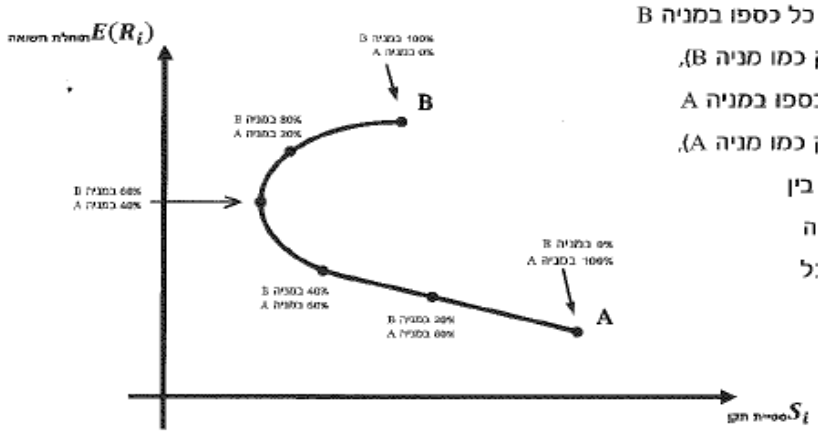
ככל שמקדם המתאם נמוך יותר, ה'בטן' תהיה עמוקה יותר.

אם מקדם המתאם 1-, הבטן תגיע עד ציר Y (שם נקבל תיק מינימום שונות שיהיה חסר סיכון).



<u>החזית היעילה</u>

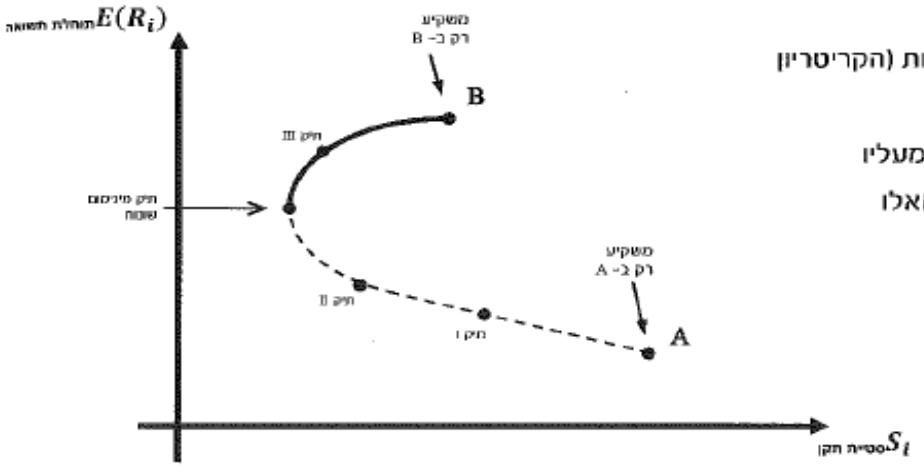
ניקח כדוגמא מצב של שתי מניות A ו- B כאשר מקדם המתאם קטן מ 1 וגדול מ (1-),
כלומר קיימת 'בטן' אך היא לא מגיעה עד הקצה.



משקיע יכול להשקיע את כל כספו במניה B
(ואז התיק שלו יהיה בדיוק כמו מניה B),
יכול גם להשקיע את כל כספו במניה A
(ואז התיק שלו יהיה בדיוק כמו מניה A),
או שיכול לחלק את כספו בין
שתי המניות ואז התיק יהיה
ממוקם על הקו, כאשר ככל
שישקיע יותר ב- A יהיה
קרוב יותר למניה A
וככל שישקיע
יותר במניה B
יהיה על הקו אבל קרוב יותר למניה B.

השאלה היא האם הקו הזה מכיל בתוכו תיקים שלא כדאי לבנות?

האם כדאי למשקיע מסויים לשים את כל כספו במניה A?



על פי קריטריון תוחלת שונות (הקריטריון שמוביל אותנו בפרק זה), קיים למשל תיק I שנמצא מעליו (כלומר יותר תשואה) ומשמאלו (כלומר פחות סיכון) לכן חד משמעית תיק I עדיף על השקעה רק במניה A. מכאן שהשקעה רק ב- A לא כדאית.

אך האם תיק I באמת כדאי? שוב על פי קריטריון תוחלת שונות, קיים תיק II שנותן תשואה גבוהה יותר וסיכון נמוך יותר, כך שגם יצירת תיק I לא כדאית...

ומה לגבי תיק II? קיים תיק מינימום שונות שנותן תשואה גבוהה יותר וסיכון נמוך יותר, כך שגם תיק II לא כדאי!

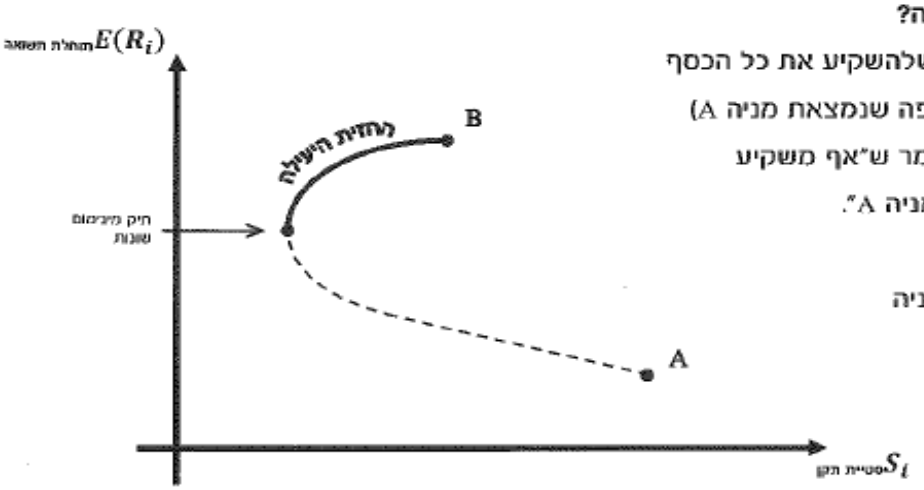
ומה עם תיק מינימום שונות? אמנם יש עוד תיקים שנותנים תשואה גבוהה יותר (כמו תיק III) אבל הם גם יותר מסוכנים (מימינו) כך ששם אין העדפה חד משמעית וזהו תיק אפשרי.

בקיצור, כל החלק של הקו שנמצא מתחת לתיק מינימום שונות כלל לא רלוונטי ולכן אף משקיע לא יהיה בקטע הזה, מכאן שכל החלק הזה נפסל.

מה שנשאר זה הקטע שמתיק מינימום שונות ומעלה - זו החזית היעילה!

מה נותנת לנו החזית היעילה?

כאן למשל אפשר לראות שלהשקיע את כל הכסף במניה A (ולהיות בדיוק איפה שנמצאת מניה A) זה לא יעיל, ולכן אפשר לומר ש"אף משקיע לא ישקיע את כל כספו במניה A".

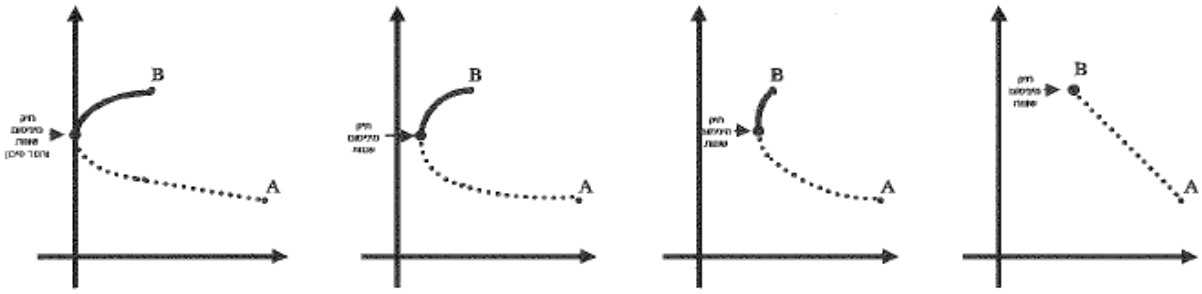


להשקיע את כל הכסף במניה B זה כן יעיל - כי הנקודה של מניה B היא חלק מהחזית היעלה.

גם לחלק את הכסף בין המניות (להשקיע גם ב- A וגם ב- B) זה בסדר גמור, כל עוד החלוקה שלנו יוצרת תיק שנמצא על הקו בחלק של החזית היעילה (כמו תיק III).

נסמן את החזית היעילה עבור כל מקדם מתאם בדוגמא האחרונה.

זיכרו שהחזית היעילה היא החלק שמתיק מינימום שונות, ומעלה:



כאן החזית היעילה היא רק הנקודה B ולכן כל המשקיעים ישקיעו רק במניה B

בשלושת המקרים האלו החזית היעילה היא כל החלק המודגש (שמכיל חלוקה של כסף בין שתי המניות או: השקעה של 100% ב- B). ניתן לראות שנקודה A היא לא חלק מהחזית היעילה, ולכן אף משקיע לא ישקיע את כל כספו במניה A. הייחוד במקרה השמאלי (מקדם מתאם 1-) הוא שניתן גם ליצור תיק חסר סיכון (סטיית תקן 0%)

<u>לסיכום</u> - בשאלות שבהן יש שילוב של מניות:

1. נמקם את המניות בגרף לפי התשואה וסטיית התקן של כל מניה.

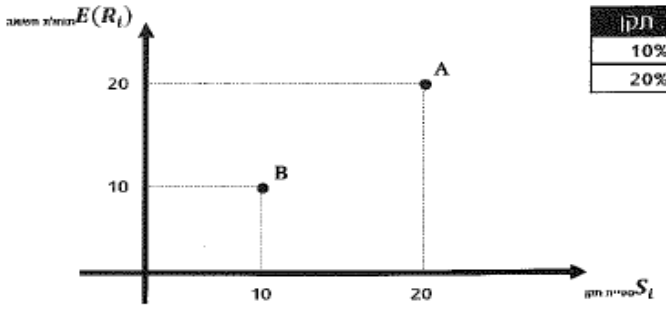
2. נמתח קו ממניה אחת לשניה, שיתאר את כל התיקים שניתן ליצור.
   צורת הקו תלויה במקדם המתאם בין המניות (r):
   א. אם r=1 נקבל קו ישר שיחבר בין שתי המניות
   ב. אם 1>r>1- תהיה בטן שמאלה וככל שהמתאם נמוך יותר, הבטן עמוקה יותר
   ג. אם r=-1 הבטן תגיע עד הסוף (עד ציר Y), שם מתקבל תיק חסר סיכון

3. נסמן את החזית היעילה - החלק של הקו שמתחיל בתיק מינימום שונות, ומעלה.

דוגמא:

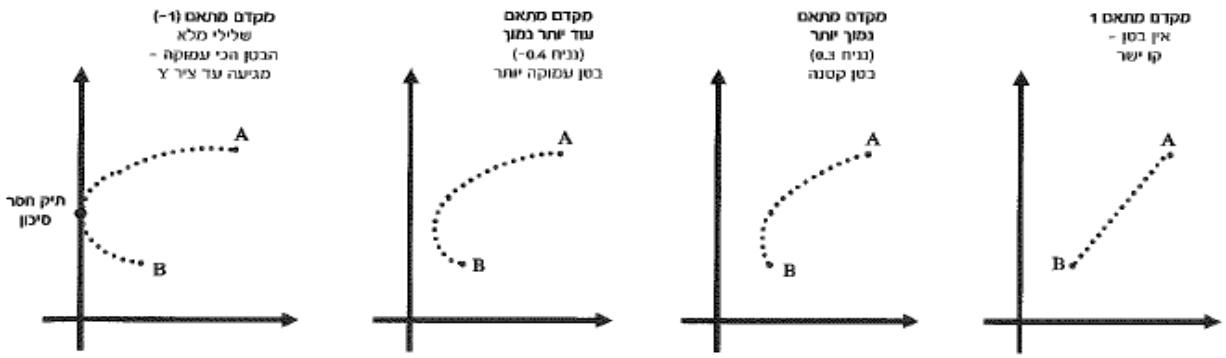
לפנינו שתי מניות:

מניה	תוחלת תשואה	ס. תקן
A	10%	10%
B	20%	20%

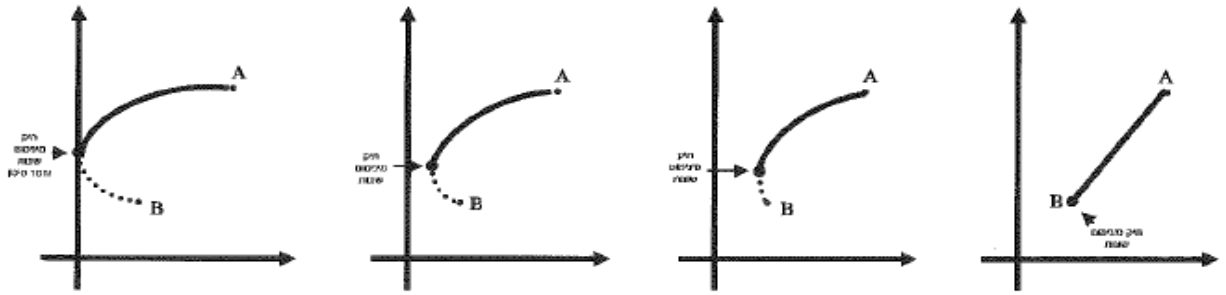


בשלב הראשון נמקם את המניות בגרף.

בשלב השני נחבר את המניות בקו שיתאר את כל התיקים שאפשר ליצור משילוב המניות.
הקו יצא ממניה אחת ויגיע למניה השניה כאשר הצורה שלו תלויה במקדם המתאם:



בשלב השלישי נדגיש את החזית היעילה - כלומר מבין כל התיקים שאפשר ליצור, נדגיש את התיקים שבאמת כדאי ליצור - התיקים היעילים.
החזית היעילה היא הקטע שמתיק מינימום שונות (הנקודה הכי שמאלית בקו) ומעלה.



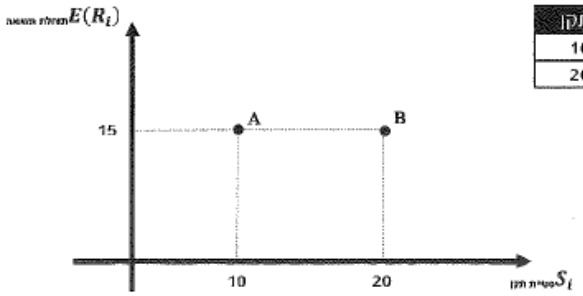
כאן החזית היעילה היא כל הקו ולכן המשקיעים יכולים לעשות מה שירצו -
להשקיע הכל ב- A
להשקיע הכל ב- B
או לחלק את הכסף בין שתי המניות

בשלושת המקרים האלו החזית היעילה היא כל החלק המודגש
(שמכיל חלוקה של כסף בין שתי המניות או השקעה של 100% ב- A).
ניתן לראות שבקודה B היא לא חלק מהחזית היעילה, ולכן אף משקיע לא ישקיע את כל כספו במניה B.
היחוד במקרה השמאלי (מקדם מתאם 1-) הוא שניתן גם ליצור תיק חסר סיכון (סטיית תקן 0%)

דוגמא:

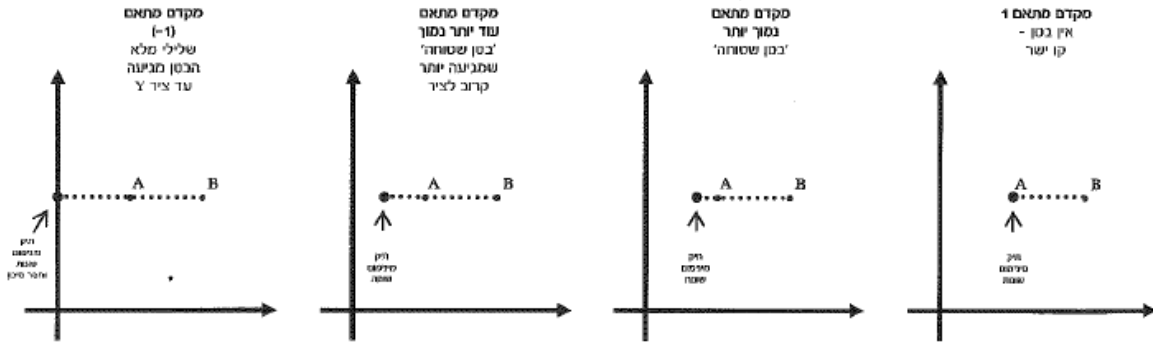
לפנינו שתי מניות:

מניה	תוחלת תשואה	ס. תקן
A	15%	10%
B	15%	20%



בשלב הראשון נמקם את
המניות בגרף.
ניתן לראות ששתי המניות
בעלות אותה תוחלת תשואה,
אך מניה A בעלת סטיית תקן
נמוכה יותר.

על אף המצב המוזר הזה, שבו נראה שברור שכולם ישקיעו ב- A (אותה תשואה ופחות סיכון), אסור לשכוח שיכול להיות שיש יתרון בפיזור ההשקעה, שכן כך נקטין את הסיכון של התיק שלנו עוד יותר. שוב, כדאיות הפיזור תלויה במקדם המתאם בין המניות:



אוסף התיקים האפשריים הוא הקו הישר שמחבר את המניות, ומאחר והמתאם 1, אין בטן. החזית היעילה כאן היא רק תיק מינימום שונות שמתקבל כאשר משקיעים 100% במניה A.

בכל מצב שבו מקדם המתאם נמוך מ- 1, אפשר יהיה ליצור תיק עם סטיית תקן נמוכה מזו של מניה A. עד כמה נמוכה יכולה להיות סטיית התקן? זה תלוי במקדם המתאם. ככל שהוא יהיה נמוך יותר, סטיית התקן של התיק מינימום שונות תהיה נמוכה יותר. ואם מקדם המתאם יהיה (-1) ניתן יהיה ליצור תיק חסר סיכון. מאחר וכל תיק שניצור יהיה בעלת תוחלת השואה של 15% (כי לשתי המניות אותה תוחלת תשואה), תמיד נבחר ליצור את התיק עם סטיית התקן הנמוכה ביותר. מסיבה זו בכל המקרים האלו החזית היעילה תהיה תיק מינימום שונות בלבד.

במקרה של מקדם מתאם 1 יצרנו את התיק מינימום שונות על ידי השקעה של 100% במניה A.
בכל מקרה אחר ניצור את התיק הזה על ידי חלוקת הכסף בין שתי המניות. אם רוצים למצוא את החלוקה המדויקת, צריך לדעת בדיוק מה מקדם המתאם ולהציב את הנתונים בנוסחה של משקל מניה A בתיק מינימום שונות -

$$W_A = \frac{S_B^2 - S_A \cdot S_B \cdot r}{S_A^2 + S_B^2 - 2 \cdot S_A \cdot S_B \cdot r}$$

שאלה 1

להלן נתונים המתייחסים למניות "A" ו- "B":

$$E(r_A) = 7\% \qquad \sigma_{A=0.25}$$
$$E(r_B) = 14.5\% \qquad \sigma_{B=0.45}$$
$$\rho_{A,B=0.7}$$

עודד הינו משקיע בתיק הכולל את מניות "A" ו- "B" בלבד (בכל מניה הוא משקיע 50% מכספו).
מהי סטיית התקן של התיק של עודד?

א. 0.175
ב. 0.225
ג. 0.295
ד. 0.345
ה. כל התשובות האחרות שגויות

שאלה 2

קיימות שתי מניות בשוק ההון A ו- B שהמתאם ביניהן הוא שלילי מלא.

	תוחלת תשואה	סטיית תקן
A	10%	15%
B	20%	35%

מהי ריבית חסרת סיכון?

א. אף תשובה
ב. 13%
ג. 17%
ד. 7%
ה. 10%

שאלה 3

להלן מאפייני 3 נכסים בשוק ההון:

	תוחלת	ס. תקן
I	10	15
II	10	25
III	15	25

לצורך השאלה הניחו כי ניתן להשקיע רק בנכסים אלו.
אם ידוע שמקדם המתאם בין נכס I לנכס II הוא 1-, וכי מקדם המתאם בין נכס II לנכס III הוא 1-, ובהנחה כי המשקיע שואף להפחית את הסיכון ככל האפשר מהו שילוב ההשקעה האופטימלי מבחינתו?

א. שילוב של נכס I ונכס III
ב. שילוב של נכס II ונכס III
ג. שילוב של נכס I ונכס II
ד. שילוב של שלושתם
ה. לא ניתן לקבוע מבלי לדעת את פונקצית התועלת של המשקיע

<u>פתרון 1</u>

רוצים למצוא את סטיית התקן של תיק המורכב ממשקלים שווים ב- A ו- B.
נשתמש בנוסחה של סטיית התקן:

סטיית תקן תיק $S_p = \sqrt{W_A^2 \cdot S_A^2 + W_B^2 \cdot S_B^2 + 2 \cdot W_A \cdot W_B \cdot S_A \cdot S_B \cdot r}$

$$S_p = \sqrt{0.5^2 \cdot 0.25^2 + 0.5^2 \cdot 0.45^2 + 2 \cdot 0.5 \cdot 0.5 \cdot 0.25 \cdot 0.45 \cdot (0.7)} = \mathbf{0.325}$$

תשובה ה' נכונה

<u>פתרון 2</u>

נתון שהמתאם בין המניות הוא שלילי מלא - כלומר (-1).
כאשר המתאם שלילי מלא, ניתן ליצור תיק חסר סיכון, כאשר תוחלת התשואה שלו משמשת אותנו כריבית חסרת סיכון.
המטרה היא למצוא את תשואת תיק חסר סיכון, שזה התיק עם הסיכון המינימאלי בשילוב שתי המניות, כך שבשלב הראשון נשתמש בנוסחה למציאת תיק מינימום שונות:

משקל מניה A בתיק מינימום שונות $W_A = \frac{S_B^2 - S_A \cdot S_B \cdot r}{S_A^2 + S_B^2 - 2 \cdot S_A \cdot S_B \cdot r}$ $\rightarrow$ $W_A = \frac{35^2 - 15 \cdot 35 \cdot (-1)}{15^2 + 35^2 - 2 \cdot 15 \cdot 35 \cdot (-1)} = \mathbf{0.7}$

$W_A = \mathbf{0.7}$ $\rightarrow$ $W_B = \mathbf{0.3}$

את המשקלים האלו נציב בנוסחה למציאת תוחלת תשואת תיק:

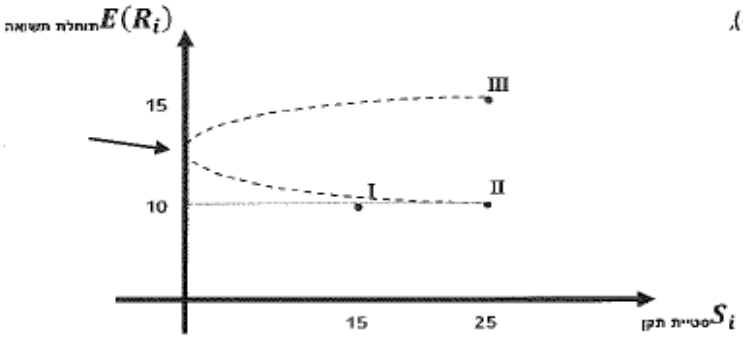
תוחלת תשואת תיק $E(R_p) = W_A \cdot E(R_A) + W_B \cdot E(R_B)$

$$E(R_p) = 0.7 \cdot 10 + 0.3 \cdot 20 = 13$$

תשובה ב' נכונה

<u>פתרון 3</u>

ראשית נמקם את הנכסים בגרף.



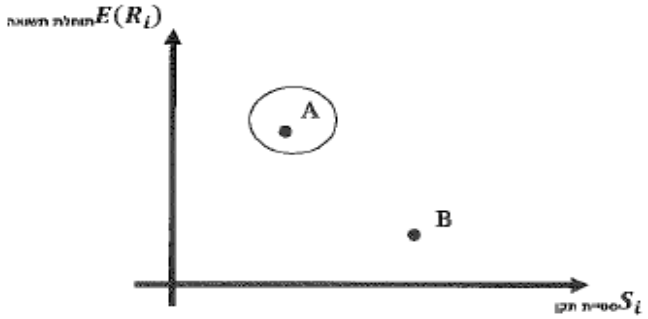
המתאם בין נכסים I ו- II הוא (-1),
לכן ניתן למתוח קו בינהם, שיש
לו 'בטן' שמגיעה עד הסוף -
ניתן ליצור תיק חסר סיכון
בתשואה של 10%.

המתאם בין נכסים II ו- III
הוא גם (-1), לכן גם בינהם
ניתן למתוח קו שיש
לו 'בטן' שמגיעה עד הסוף - רק שתיק חסר סיכון שמתקבל בשילוב הזה יהיה בעל תוחלת תשואה גבוהה יותר (מסומן בחץ), ולכן עדיף.

תשובה ב' נכונה

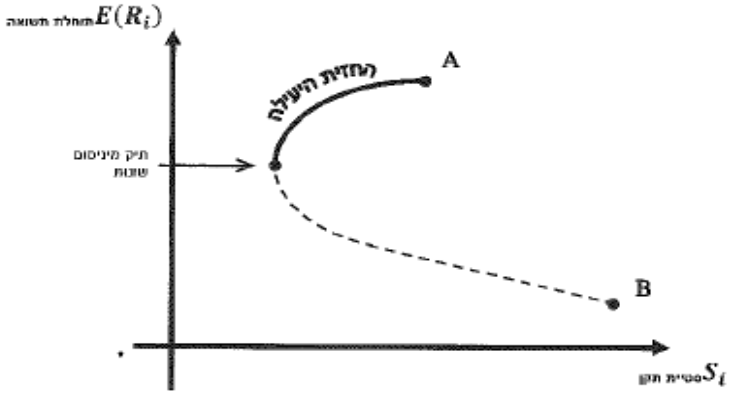
פרק 14 – מודל CAPM

בפרקים הקודמים (הערכת נכסים מסוכנים ויצירת תיקי השקעות) ראינו כיצד לאפיין נכסים מסוכנים על ידי תוחלת התשואה וסטיית התקן והכרנו קריטריונים להעדפת נכסים – החשוב מבינהם היה קריטריון התוחלת שונות.



בפרק הראשון יכולנו לבחור בנכס אחד בלבד ולכן אם פגשנו שתי מניות כמו אלו שלפנינו, A ו- B, העדפנו את מניה A שכן תוחלת התשואה שלה גבוהה יותר וגם סטיית התקן נמוכה יותר.

בפרק השני הוספנו את האפשרות לחלק את כספנו בין שני נכסים והתחלנו ליצור תיקי השקעות. כל חלוקה שונה של הכסף בין שתי המניות יצרה לנו תיק שונה, כאשר את כל התיקים ניתן למצוא על הקו שמחבר את המניות – אותו קו שהצורה שלו תלויה במקדם המתאם (ככל שהמתאם בין המניות נמוך יותר, אפשר להגיע לתיקים עם סטיית תקן נמוכה יותר ולכן קיימת 'בטן' שמאלה).



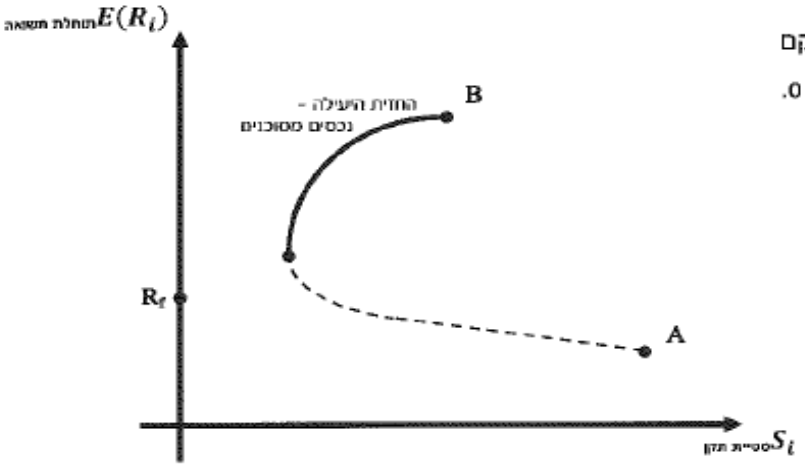
מבין כל אותם תיקים שניתן ליצור הדגשנו את התיקים שעל פי כלל תוחלת שונות כדאיים למשקיעים – הם הרכיבו את החזית היעילה.

עד לרגע זה הנחנו שמשקיע בוחר כמה כסף לסכן בשוק ההון (ואת הכסף הזה מחלק בין המניות ויותר תיק שנמצא על החזית היעילה) ואת יתרת כספו מחזיק במזומן – אין תשואה ואין סיכון.
עכשיו נחזור למציאות שלנו שבה יש מקומות שבהם אפשר להשיג תשואה יחסית נמוכה אך ללא סיכון – למשל פקדונות בבנק או השקעה באגרות חוב ממשלתיות.
בפרק זה נוסיף למודל שלנו את הריבית חסרת סיכון (R_f) וכעת כל סכום שמשקיע לא רוצה לסכן יושקע בריבית זו.
ריבית חסרת סיכון משמשת אותנו לא רק כמקום בו אפשר להשקיע ללא סיכון אלא גם כמקור ללקיחת הלוואה שבעזרתה נממן את ההשקעה בנכסים מסוכנים -במילים אחרות: **מינוף**.
נניח לאורך כל הדרך שאלא אם נאמר אחרת הריבית זהה למשקיעים שרוצים לשים כסף בריבית חסרת סיכון (מלווים) ולכאלו שרוצים לקחת הלוואה בריבית חסרת סיכון (לווים).

הוספת R_f למודל

בתמורה לבטחון שבהשקעה חסרת סיכון, נקבל תשואה נמוכה.

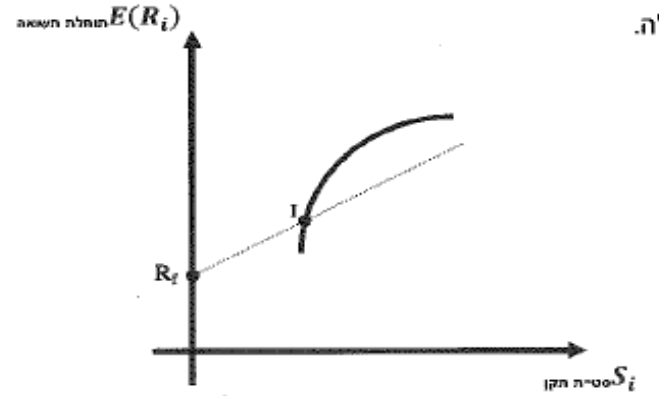
נוסיף את R_f לגרף של שילוב המניות ונראה איך זה משפיע על החלטות המשקיעים:



את הריבית חסרת סיכון תמיד נמקם **על הציר** מאחר וסטיית התקן היא 0.

עכשיו המטרה של כל משקיע היא לחלק את כספו כך שחלק מושקע בנכסים מסוכנים (איזשהו תיק על החזית היעילה) והיתר מושקע בריבית חסרת סיכון (R_f).

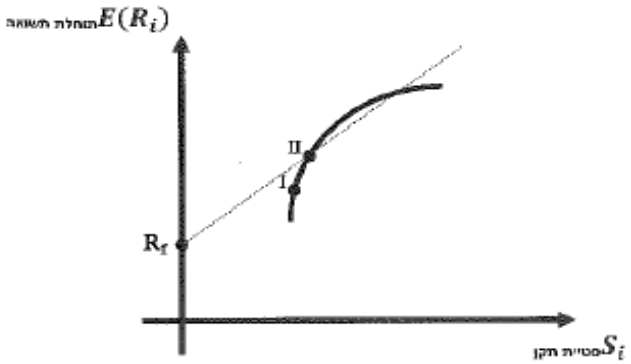
נתחיל לשלב בין הריבית חסרת סיכון לבין כל מיני נכסים מסוכנים שעל החזית היעילה ונראה מה קורה. לשם כך בשרטוט הבא לא נצייר את כל התיקים המסוכנים, אלא רק את החלק של החזית היעילה.



כשמשלבים ריבית חסרת סיכון עם נכס מסוכן, נוצר קו שמתאר את כל החלוקות השונות בין השניים. למשל אם נבחר לשלב בין R_f לבין תיק I, כל חלוקה שונה של הכסף תיצור לנו תיק שונה והקו שמבחר בין השניים מראה את כל התיקים האפשריים.

הקו הזה ממשיך מעבר לתיק I משום שכפי שהזכרנו אפשר גם לקחת הלוואה ובעזרתה להשקיע בתיק I, כך נוצר מצב שיש פוטנציאל להרוויח יותר - אבל בסיכון יותר גדול.

עכשיו נשאלת השאלה - האם דווקא הבחירה לשלב בין R_f ותיק I היא הטובה ביותר?



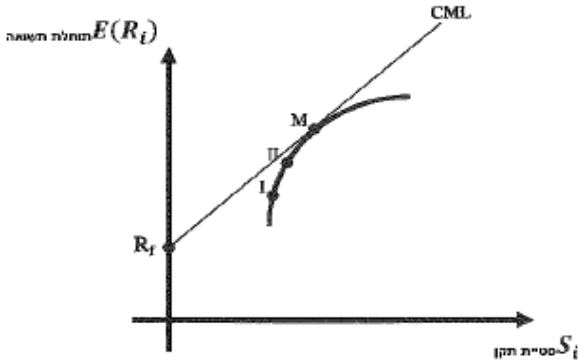
אם למשל נבחר לשלב בין R_f ותיק 2 אפשר לראות שמקבלים אפשרויות טובות - הקו הזה שנוצר גבוה יותר מהקו שיצרנו קודם בבחירת תיק I, מה שאומר שאפשר להשיג תשואות יותר גבוהות על אותו סיכון.

ושוב נשאל: האם הבחירה בתיק II היא הטובה ביותר?

תיק השוק (M) וקו שוק ההון (CML)

תיק II הוא לא הטוב ביותר שאיתו אפשר לשלב את הריבית חסרת סיכון (R_f).

כמו שהעדפנו את השילוב של ריבית חסרת סיכון עם תיק II על פני השילוב עם תיק I, כך נמשיך לחפש תיקים עדיפים במעלה החזית היעילה,



עד שנגיע לנקודה הטובה ביותר שיוצרת עבורנו את התיקים בעלי התשואה הגבוהה ביותר עבור כל סיכון.

התיק הזה שעל החזית היעילה במתקבל בנקודת ההשקה של קו אוסף התיקים שיוצא מ- R_f עם החזית היעילה.

לתיק הזה קוראים **תיק השוק** והוא מסומן באות M (Market),

ולקו הזה שמקבלים שמתאר את התיקים הטובים ביותר שניתן ליצור קוראים **קו שוק ההון** (CML - Capital Market Line).

מאחר ואנחנו מניחים שבשוק קיים מידע מלא אשר חשוף לכל המשקיעים, כולם יודעים שהשילוב הטוב ביותר הוא שילוב של ריבית חסרת סיכון (R_f) עם תיק השוק.

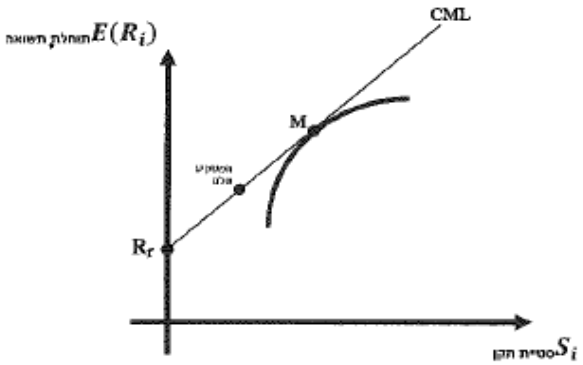
זיכרו שתיק השוק נמצא על החזית היעילה, אותה בנינו משילוב של המניות A ו- B.

נניח לצורך העניין שאת תיק השוק יוצרים על ידי חלוקה של 40% במניה A - 60% במניה B.

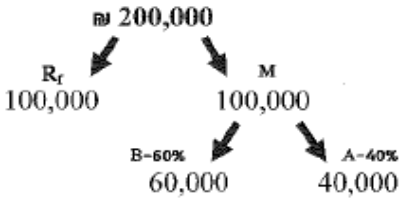
מגיע משקיע שלרשותו 200,000 ₪.

מתוך סכום הכסף הזה, הוא מעוניין לסכן רק 100,000 ₪. כלומר הוא ישקיע 100,000 בריבית חסרת סיכון ו- 100,000 בנכסים מסוכנים, כלומר בתיק השוק.

החלוקה הזו של 50% מההון שלו בתיק השוק ו- 50% מההון בריבית חסרת סיכון, תמקם את התיק שלו על ה- CML בדיוק באמצע הדרך שבין R_f ו- M.



כך תראה חלוקת הכסף של המשקיע:



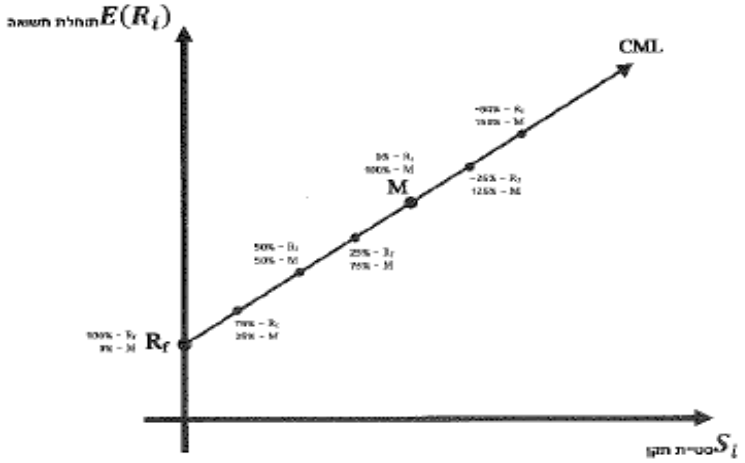
כל משקיע יבחר איך לחלק את הכסף בין תיק השוק (M) וריבית חסרת סיכון (R_f), ובכך שהמשקיע בוחר להשקיע בתיק השוק הוא למעשה משקיע במניות, על פי הפרופורציות בהן הן מרכיבות את תיק השוק. משקיע אחר עשוי להחליט להשקיע 20% מהונו בריבית חסרת סיכון ו- 80% בתיק השוק, כך שאותם 80% יתחלקו בין מניה A ומניה B לפי 40% ו- 60% בהתאמה.

את הדוגמא הזו למציאת תיק השוק (M) הכרנו על בסיס שילוב של שתי מניות, שיוצרות את החזית היעילה, אך בפועל החזית היעילה מורכבת מהמון נכסים מסוכנים (מניות) שקיימים בשוק ההון.
אפשר לקחת כדוגמא את מדד ת"א 25 בבורסה לניירות ערך. מדד זה מכיל בתוכו את 25 המניות של החברות בעלות שווי השוק הגבוה ביותר והמשקל של כל מניה במדד זה שווה לשווי השוק היחסי שלה מתוך שווי השוק הכולל של המניות.
למשל, אם סך השווי של 25 המניות בשוק ההון הוא 420 מיליארד ₪ והשווי של מניית 'אורין' הוא 40 מיליארד ₪, הרי שהמשקל של מניית 'אורין' במדד הוא 40/420 שזה 0.095 או 9.5%.

מספר הנחות במודל CAPM:

1. תיק השוק מכיל בתוכו את כל הנכסים המסוכנים בשוק ההון
2. המשקל של כל נכס מסוכן בתיק השוק שווה ליחס בין שווי השוק של הנכס לשווי השוק הכולל של הנכסים המסוכנים בשוק ההון
3. לכל המשקיעים מידע מלא על השוק ולכן כולם יודעים שההשקעה הטובה ביותר היא לחלק את הכסף בין ריבית חסרת סיכון (R_f) לבין תיק השוק (M) לכן כל המשקיעים יהיו על קו ה- CML אך כל אחד יבחר נקודה שונה על פי רמת הסיכון בה הוא בוחר

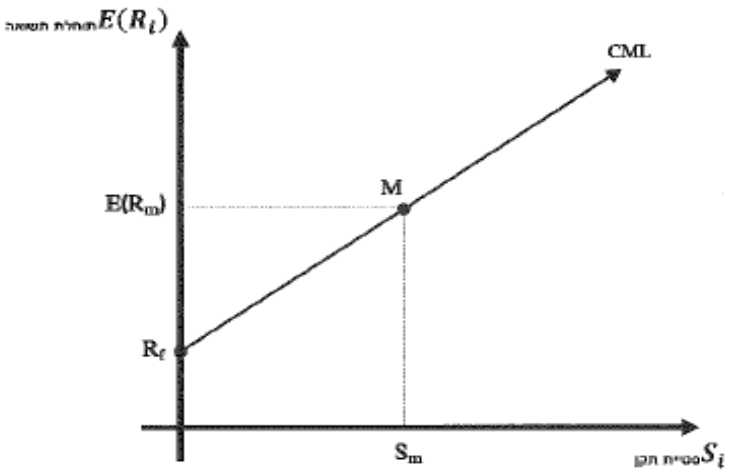
לכל התיקים שנמצאים על קו שוק ההון (CML) קוראים תיקים יעילים. כל משקיע יבחר תיק יעיל על פי רמת הסיכון שהוא מעוניין לקחת. למשל משקיע שלא רוצה לקחת סיכון כלל, יבחר להשקיע 100% מכספו בריבית חסרת סיכון ולא ישקיע כלום בתיק השוק.



משקיע שרוצה לקחת סיכון קטן, ישקיע 25% בתיק השוק ו- 75% בריבית חסרת סיכון. וכו'...
ככל שנרצה לסכן יותר מהכסף (כמובן מתוך ציפייה לקבל תשואה גבוהה יותר), נשקיע חלק יותר גדול מכספנו בתיק השוק ופחות בריבית חסרת סיכון.
אדם שמוכן לסכן את כל כספו ישקיע 100% בתיק השוק ולא יחסוך כלום בריבית חסרת סיכון.
וכמובן שישנם אלו אשר לא יסתפקו בהשקעה של 100% מהונם בנכסים מסוכנים, אלא בנוסף לזה יקחו הלוואה וגם אותה ישקיעו שם - כלומר יותר מ 100%!!!
מבחינת ה CML הם יהיו ממוקמים מעל תיק השוק וכמובן שיש להם אפשרות להרוויח תשואה עודפת על השוק, אך הם לוקחים סיכון מאוד גדול...
שימו לב שהמשקל של תיק השוק בתיקים אלו גבוה מ- 100% והמשקל של ריבית חסרת סיכון שלילי, זה אומר לקחת הלוואה.

מאפייני התיקים היעילים

כל התיקים היעילים נוצרים על ידי שילוב של ריבית חסרת סיכון ושל תיק השוק ולכן המאפיינים של כל התיקים היעילים (תוחלת תשואה וסטיית תקן)



תלויים בגובה ריבית חסרת סיכון R_f
תוחלת תשואת תיק השוק $E(R_m)$
סטיית התקן של תיק השוק S_m
והמשקלים שבוחר המשקיע-
המשקל של תיק השוק W_m
והמשקל של ריבית חסרת סיכון W_f.

החישוב של תוחלת התשואה וסטיית התקן של התיקים היעילים הוא בנוסחאות הבאות:

תוחלת תשואת תיק יעיל $E(R_i)$

$$E(R_i) = W_m \cdot E(R_m) + W_f \cdot R_f$$

תוחלת תשואת תיק יעיל | משקל תיק השוק | תוחלת תשואת תיק השוק | משקל ריבית חסרת סיכון | גובה ריבית חסרת סיכון

זיכרו שהמשקלים של תיק השוק ושל ריבית חסרת סיכון צריכים להשלים ל- 1 ושאת המשקלים רושמים בשבר עשרוני ואת התשואות במספרים רגילים.

סטיית תקן תיק יעיל S_i

$$S_i = W_m \cdot S_m$$

סטיית תקן תיק יעיל | משקל תיק השוק | סטיית תקן תיק השוק

מאחר והחלק של סטיית התקן מביע אתת הסיכון, והסיכון היחיד בתיק יעיל נובע מהסיכון של תיק השוק (שכן החלק של ההשקעה בריבית חסרת סיכון הוא חסר סיכון...), כל הסיכון נובע מהמשקל של תיק השוק כפול סטיית התקן שלו.

משוואת ה- CML: ניתן לבנות את משוואת הקו הישר (שמתאר את הקשר בין הסיכון והתשואה עבור תיקים יעילים) באופן הבא

$$E(R_i) = R_f + \left[\frac{E(R_m) - R_f}{\sigma_m}\right] \cdot \sigma_i$$

תוחלת תשואת תיק יעיל | סטיית התקן של תיק יעיל

דוגמא 1:

בשוק ההון קיימת ריבית חסרת סיכון בגובה 5% וידוע כי תוחלת תשואת תיק השוק היא 12% וסטיית התקן של תיק השוק היא 20%.

משקיע מחזיק בהון עצמי בגובה 100,000 ₪ אותו הוא מעוניין לחלק כך ש- 30% יושקעו בריבית חסרת סיכון והיתר בתיק השוק. מה יהיו תוחלת התשואה וסטיית התקן של תיק המשקיע?

נתחיל בהגדרות:

ריבית חסרת סיכון	R_f = 5%
תוחלת תשואת תיק השוק	$E(R_m)$ = 12%
סטיית תקן תיק השוק	S_m = 20%
משקל ריבית חסרת סיכון	W_f = 0.3
משקל תיק השוק	W_m=0.7

תוחלת התשואה של תיק המשקיע:

$$E(R_i) = W_m \cdot E(R_m) + W_f \cdot R_f$$

$$E(R_i) = 0.7 \cdot 12 + 0.3 \cdot 5$$

$$E(R_i) = 9.9\%$$

סטיית תקן של תיק המשקיע:

$$S_i = W_m \cdot S_m$$

$$S_i = 0.7 \cdot 20$$

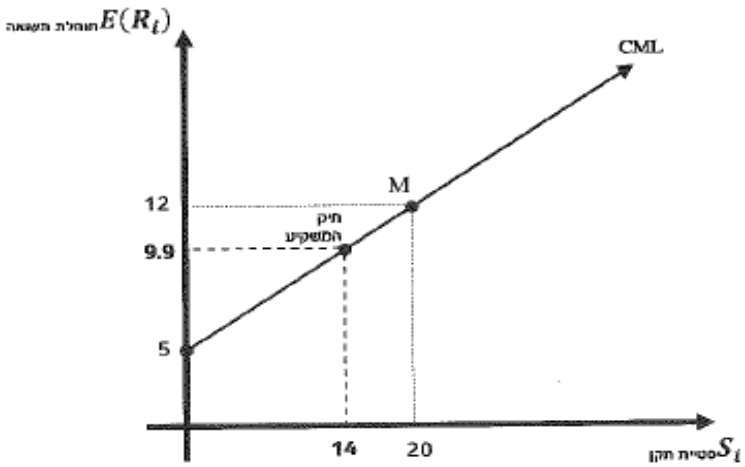
$$S_i = 14\%$$

המשקיע שלנו ממוקם מתחת לתיק השוק וזאת משום שחלק מהתיק שלו מושקע בריבית חסרת סיכון שגורמת לתוחלת התשואה שלו ולסיכון להיות נמוכים יותר.

השקעה בריבית חסרת סיכון היא למעשה השקעה באג"ח ממשלתית או פקדון בבנק.

על כל פנים זה כאילו המשקיע נותן הלוואה (לממשלה או לבנק).

זהו משקיע מלווה.



ניתן לבנות גם את משוואת ה- CML:

לאחר שבונים את המשוואה, ניתן להציב בה תוחלת תשואה או סטיית תקן של תיק יעיל, ולמצוא את החסר.

$$E(R_i) = R_f + \left[\frac{E(R_m) - R_f}{\sigma_m}\right] \cdot \sigma_i$$

$$E(R_i) = 5 + \left[\frac{12-5}{20}\right] \cdot \sigma_i$$

$$E(R_i) = 5 + 0.35 \cdot \sigma_i$$

המשך:

בהמשך לנתוני השאלה הקודמת, משקיע נוסף מעוניין ליצור תיק בעל סטיית תקן של 30%.
מה על המשקיע לעשות לשם כך ומה תהיה תוחלת תשואת התיק של המשקיע?

ראשית נתחיל מכך שסטיית התקן של תיק השוק היא 20% ולכן אם רוצים סטיית תקן גבוהה מזו צריך כבר לקחת הלוואה (למנף).

נתחיל עם הנוסחה של סטיית התקן: $S_i = W_m \cdot S_m$

אנחנו יודעים שהמטרה היא להגיע לסטיית תקן 30 לכן נציב: $30 = W_m \cdot 20$

נמצא שמשקל תיק השוק הוא 1.5 ומאחר ומשקל ריבית חסרת סיכון צריך להשלים ל- 1, הוא חייב להיות 0.5- (מינוס).

$$W_m = \frac{30}{20} = 1.5$$

המשמעות של זה היא לקחת הלוואה בגובה 50% מההון שלרשותנו.
למשל אם יש למשקיע 60,000 ₪, הוא יקח הלוואה בגובה 30,000 ₪ (חצי מההון העצמי)
ובתיק השוק ישקיע את כל ה- 90,000 ₪ שעכשיו לרשותו.

את המשקלים נציב בנוסחה למציאת תוחלת תשואה: $E(R_i) = W_m \cdot E(R_m) + W_f \cdot R_f$

$$E(R_i) = 1.5 \cdot 12 + (-0.5) \cdot 5$$

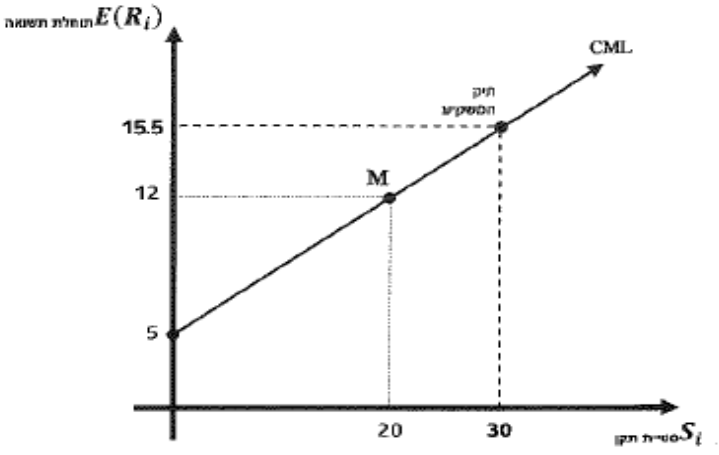
$$E(R_i) = 15.5\%$$

ניתן גם להציב את סטיית התקן הנתונה במשוואת ה- CML ולמצוא את תוחלת התשואה עבור תיק זה.

$$E(R_i) = 5 + 0.35 \cdot \sigma_i$$

$$E(R_i) = 5 + 0.35 \cdot 30$$

$$E(R_i) = 15.5\%$$



המשקיע שלנו ממוקם מעל תיק השוק וזאת משום שהוא משקיע יותר מ- 100% מההון שלו בתיק השוק על ידי לקיחת הלוואה בריבית חסרת סיכון.
אותה הלוואה גם גורמת לסיכון של התיק להיות גדול יותר (סטיית התקן גבוהה).
המשקיע הזה הוא משקיע לווה.

דוגמא 2:

להלן נתונים המתייחסים לשני תיקים יעילים הנסחרים בשוק ההון:

	תיק A	תיק B
תוחלת תשואה	12%	15%
סטיית תקן	10%	?

ידוע כי תוחלת תשואת תיק השוק היא 8% וכי שיעור הריבית חסרת סיכון הינו 2%.
בתנאים אלה, מהי סטיית התקן של תיק B?

א. מעל 13%
ב. 13%
ג. לא ניתן למצוא את סטיית התקן של תיק B ללא נתונים על סטיית התקן של תיק השוק.
ד. 6%
ה. מעל 6% ומתחת ל- 13%

פתרון:

מאחר ומדובר בשני תיקים יעילים, הם יושבים על קו ה- CML.

בסגנון כזה של שאלות, אנחנו יכולים להיעזר במחשבון הפיננסי על מנת למצוא את משוואת ה- CML, כאשר מה שצריך זה נתונים של שתי נקודות. במקרה זה יש לנו את הנתונים של תיק A (נקודה אחת) ואת הנתונים של ריבית חסרת סיכון (הרי סטיית התקן שלה היא 0).

את הנתונים נציב בפונקציית STAT, באופן הבא:

ליחצו על כפתור STAT וביחרו בשורה השניה A+BX.

תקבלו שני טורים X ו- Y בהם נציב את הנתונים שלנו:

		תשואה Y	סטיית תקן X
(Rf)	1	2	0
(A)	2	12	10

עכשיו לחצו על AC ובמסך הראשי של המחשבון

ליחצו על SHIFT ואז STAT.

ביחרו ב- 7:reg ולאחר מכן:

ביחרו ב- 1:A כדי למצוא את החיתוך (שיוצא 2) שמתאר את הריבית חסרת סיכון.

ביחרו ב- 2:B כדי למצוא את השיפוע (שיוצא 1).

לאחר שמצאנו את החיתוך והשיפוע, נציב אותם במשוואת ה- CML, כאשר $E(R_i)$ ו- σ_i נשארים כפי שהם ומוכנים להצבה של נכס שלישי אותו נרצה לבחון.

$$E(R_i) = \underbrace{R_f}_{\substack{\text{חיתוך} \\ \text{(ריבית חסרת סיכון)}}} + \underbrace{\left[\frac{E(R_m)-R_f}{\sigma_m}\right]}_{\text{שיפוע}} \cdot \sigma_i$$

השלב האחרון הוא להציב את תוחלת התשואה שנתונה לנו עבור תיק B (15%) ולמצוא את סטיית התקן.

תשובה ב' נכונה

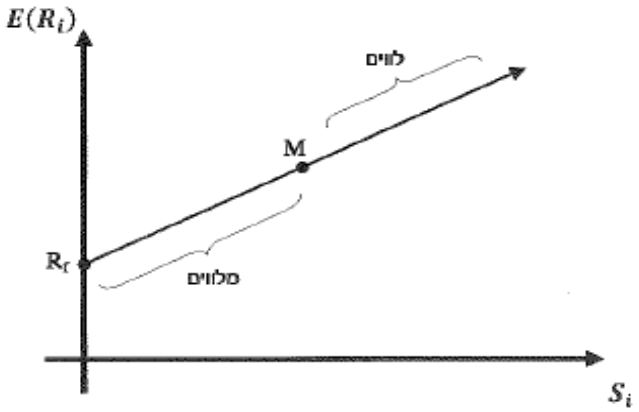
$$E(R_i) = 2 + 1 \cdot \sigma_i$$

$$15 = 2 + 1 \cdot \sigma_i$$

$$13 = \sigma_i$$

שינויים בריבית חסרת סיכון

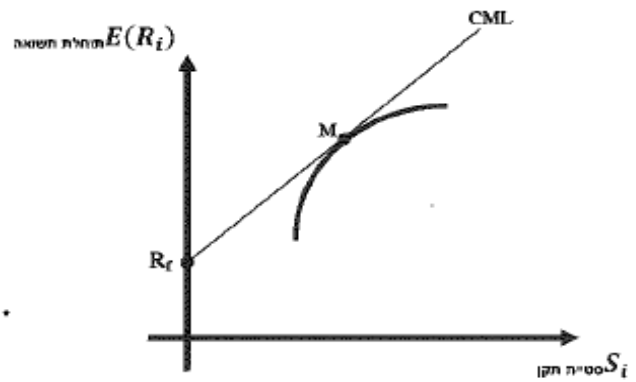
את המשקיעים בשוק אפשר
לחלק לשתי קבוצות:



1. מלווים - שמים כסף בריבית
חסרת סיכון וממוקמים מתחת
לתיק השוק.

2. לווים - לוקחים הלוואה בריבית
חסרת סיכון ומשקיעים הכל
(כולל ההון העצמי וההלוואה)
בתיק השוק. הם ממוקמים מעל תיק השוק.

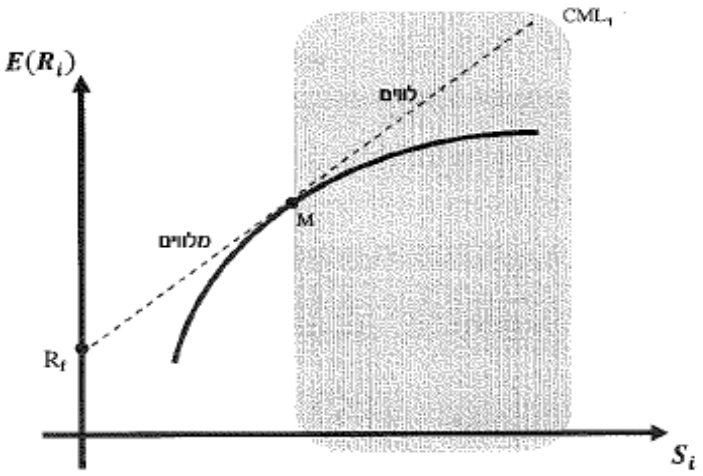
כאשר חל שינוי בריבית חסרת סיכון (R_f עולה או יורד), כל קו ה- CML משתנה...
תזכורת: את תיק השוק בנינו באמצעות
חיבור ריבית חסרת סיכון עם נקודת
ההשקה על גבי החזית היעילה,
שם - בנקודת ההשקה -
מצאנו את תיק השוק.



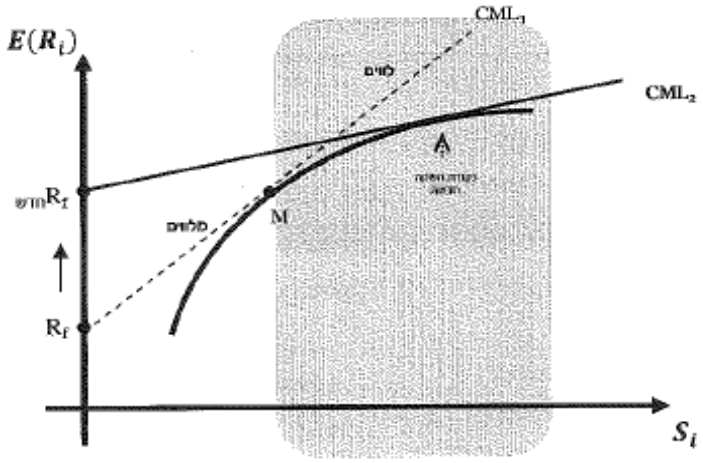
עכשיו פעם אחת נעלה
את הריבית ופעם אחת
נוריד אותה, ונבחן מה
קורה למצב המשקיעים
הלווים ולמצב המלווים עבור כל שינוי.

<u>ריבית חסרת סיכון עולה:</u>

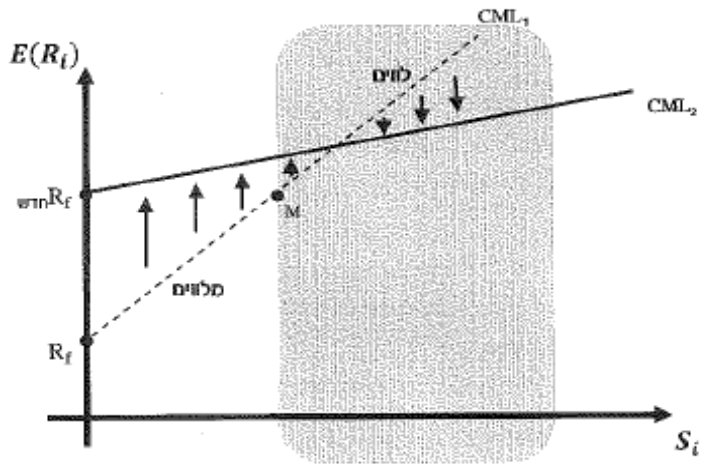
במצב המוצא הריבית חסרת סיכון היא R_f, תיק השוק מסומן ב- M וקו שוק ההון הוא CML_1. תיק השוק במצב המוצא מחלק עבורנו את השוק למלווים (משמאל ל- M) ולווים (מימין ל- M). כדי שיהיה קל יותר לזהות את השינוי נדגיש את כל התחום של הלווים.



עכשיו ריבית חסרת סיכון עולה ואנחנו מקבלים קו שוק הון חדש (CML_2) שעובר דרך נקודת השקה חדשה עם החזית היעילה. אמנם זה אומר תיק שוק חדש, אך מבחינתנו עדיין נתייחס לחלוקת הלווים ומלווים על פי תיק השוק המקורי.



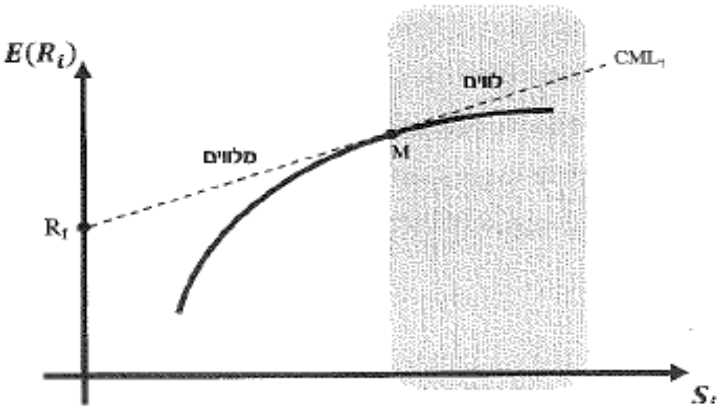
כדי לראות טוב יותר מה קרה לכל קבוצה, נוריד את החזית היעילה ונסתכל רק על CML_1 ו- CML_2. אפשר לראות שבתחום המלווים, מצב כולם השתפר (כי הקו החדש נמצא מעל הקו הישן - יותר תשואה באותו סיכון). מבחינת הלווים, אפשר לראות בקצה השמאלי של התחום שלהם שיש כאלה שהתשואה שלהם עלתה (חץ ממש קטן למעלה ממש צמוד מימין ל- M) ואילו בחלק הימני של התחום שלהם התשואה ירדה עבור כל רמת סיכון.



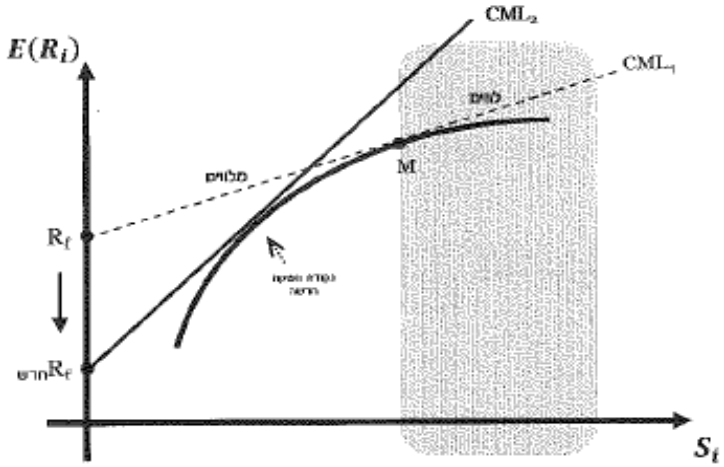
מבחינת הלווים אין משהו חד משמעי - חלק מצבם השתפר וחלק מצבם הורע.

ריבית חסרת סיכון יורדת:

שוב נתחיל במצב המוצא שבו הריבית חסרת סיכון היא R_f, תיק השוק מסומן ב- M וקו שוק ההון הוא CML_1. תיק השוק במצב המוצר מחלק עבורנו את השוק למלווים (משמאל ל- M) ולווים (מימין ל- M).



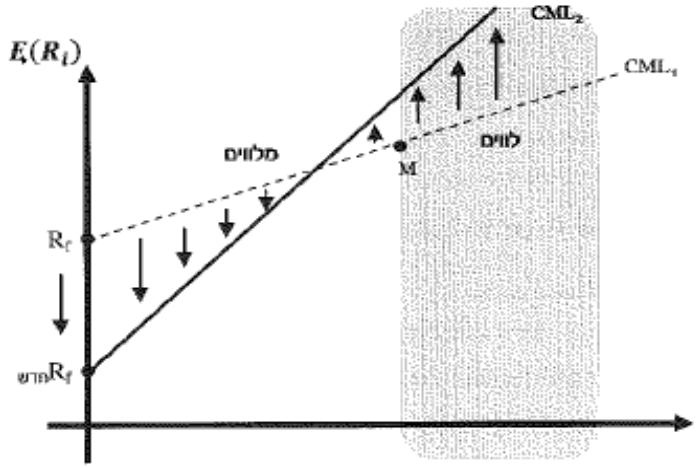
עכשיו ריבית חסרת סיכון יורדת ואנחנו מקבלים קו שוק הון חדש (CML_2) שעובר דרך נקודת השקה חדשה עם החזית היעילה. שוב זה אומר תיק שוק חדש, אך מבחינתנו עדיין נתייחס לחלוקת הלווים ומלווים על פי תיק השוק המקורי.



נוריד את החזית היעילה ונסתכל רק על CML_1 ו- CML_2.

אפשר לראות שבתחום הלווים, מצב כולם השתפר (כי הקו החדש מראה תשואה יותר גבוהה עבור אותו סיכון - חצים למעלה).

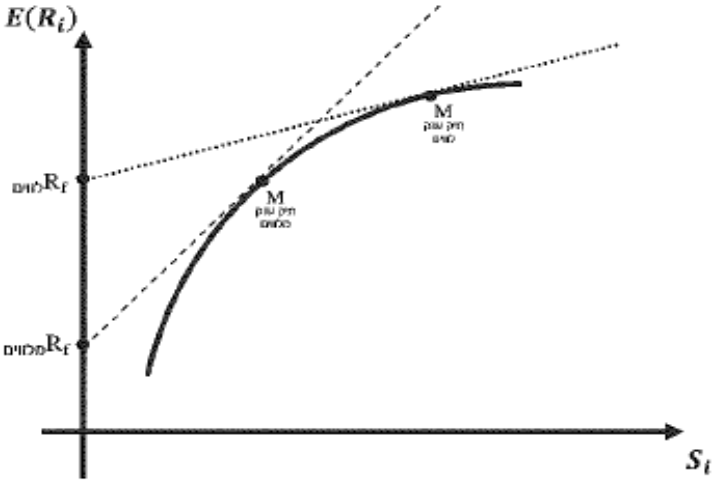
מבחינת המלווים, אפשר לראות בקצה ימני של התחום שלהם יש כאלה שהתשואה שלהם עלתה (החץ הממש קטן למעלה שצמוד משמאל ל- M) ואילו בחלק השמאלי של התחום שלהם התשואה ירדה עבור כל רמת סיכון.



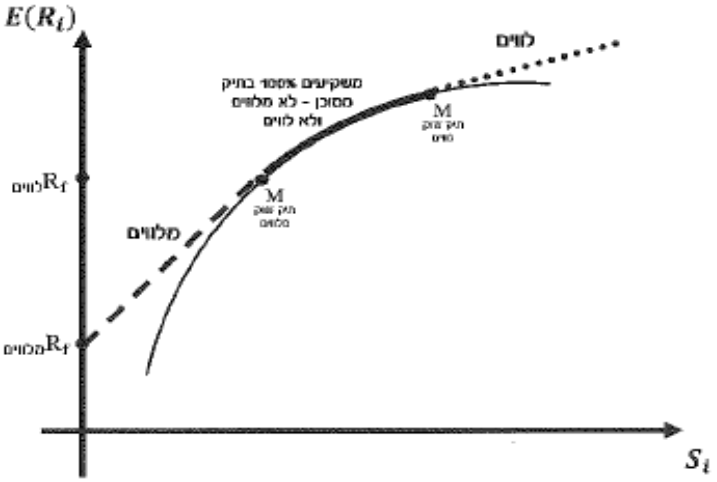
מבחינת המלווים אין משהו חד משמעי - חלק מצבם השתפר וחלק מצבם הורע.

ריבית שונה ללווים ומלווים

עד עכשיו התייחסנו לכך שהריבית ללווים ולמלווים זהה ולכן קו שוק ההון (CML) היה קו ישר אחד שתאר גם את תיקי המלווים (משמאל לתיק השוק) וגם את תיקי הלווים (מימין לתיק השוק).
אמנם ברירת המחדל שלנו היא שהריבית ללווים ולמלווים זהה, אך במציאות זה לא כך.
ידוע שאם רוצים לחסוך כסף (מלווים) מקבלים ריבית נמוכה ואילו אם נרצה לקחת הלוואה (לווים) נשלם ריבית גבוהה, לכן נתייחס למצב בו R_fלווים > R_fמלווים.



נתחיל מכך שנסקם בגרף שתי ריביות חסרת סיכון, הנמוכה למלווים והגבוהה ללווים.
מכל ריבית כזו נמתח קו שישיק לחזית היעילה, ונקבל שתי נקודות השקה שכל אחת מהן היא תיק שוק בפני עצמו, רק שאחת היא תיק שוק למלווים והשניה ללווים.



עכשיו נצטרך להוריד חלקים מיותרים. למה הכוונה? למשל הקו של המלווים, הוא רלוונטי רק עד תיק השוק שלהם, שכן מעבר לתיק השוק הם הופכים להיות לווים, והריבית לאלה כבר שונה. לכן את הקו של המלווים נמתח מהריבית שלהם ועד תיק השוק שלהם.

עבור הלווים, הקו שלהם רלוונטי רק מתיק השוק שלהם והלאה, לכן נוריד את כל החלק של הקו שיוצא מהריבית ללווים ועד תיק השוק שלהם, ונשאיר את החלק שמתיק השוק שלהם והלאה.

בין שני תיקי השוק יש קטע של החזית היעילה שמלא בתיקים מסוכנים שרלוונטיים למשקיעים שאינם לווים ואינם מלווים - משקיעים 100% מכספם בתיק מסוכן כלשהו.
סה"כ קו שוק ההון (CML) מורכב משלושה קטעים – מלווים, חלק מהחזית היעילה ולווים.

משקיעים מבוזרים וסיכון שיטתי

נשים לרגע בצד את קו ה- CML ונראה איך המשקיעים בשוק ההון בוחנים נכסים חדשים אותם הם מעוניינים לצרף לתיק ההשקעות.

נתחיל קודם כל בהגדרה של הסיכון של נכס פיננסי בשוק ההון (לרוב מדובר במניות).

הסיכון שגלום במניה תלוי בתנודתיות ההסטורית שלה. כאשר בוחנים מניה מסתכלים על ההסטוריה שלה - תשואה חודשית/שנתית וכו'.. על פי המדגם שבונים מוצאים סטיית תקן (סיכון) ותוחלת תשואה (פוטנציאל רווח).

<u>התנודתיות (עליות - ירידות) נובעת משני גורמים:</u>

1. אירועים שקורים בתוך החברה, כמו קבלת רשיון להפצת מוצר, גיוסים, פיטורים ובאופן כללי דברים שהם ספציפיים לחברה.
2. אירועים בסביבת החברה כמו מצב מדיני, תקופת מיתון/צמיחה, מלחמות וכו'.

לאירועים שקורים בתוך החברה וגורמים למניה לעלות ולרדת נקרא **הסיכון הספציפי**.

לאירועים שקורים מחוץ לחברה וגורמים למניה לזוז (יחד עם כל השוק) נקרא **הסיכון השיטתי**.

סך הסיכון של המניה מתחלק לשניים: **סך הסיכון = סיכון שיטתי + סיכון ספציפי**

<u>עכשיו נחלק את המשקיעים לשני סוגים</u> -

א. משקיע לא מבוזר: כזה שמשקיע את כספו במספר קטן של נכסים

ב. משקיע מבוזר: כזה שמפזר את כספו בין מספר רב של נכסים

מה ההבדל בין שני סוגי המשקיעים?

נניח משקיע שאינו מבוזר ומשקיע רק במניה אחת. כל התיק שלו מושפע ממה שקורה למניה. למשל אם המניה תעלה בגלל משהו ספציפי שקרה בחברה, כל התיק של המשקיע יעלה ואם המניה תעלה בגלל משהו שקרה בסביבת החברה, גם כל התיק שלו יעלה.

משמע: משקיע שאינו מבוזר מושפע גם מהסיכון הספציפי של המניה וגם מהסיכון השיטתי.

בקיצור, **משקיע שאינו מבוזר בוחן את הסיכון של מניה על פי סטיית התקן שלה (סך הסיכון).**

נניח משקיע מבוזר אשר מפזר את כספו בין כל המניות בשוק ההון (משקיע בתיק השוק).

כאשר מניה אחת בתיק שלו עולה בגלל אירוע ספציפי שקרה בחברה, אין לזה משמעות בתיק ולכן החלק של הסיכון הספציפי לא כזה רלוונטי.

לעומת זאת אם קורה משהו בשוק כולו (תקופת מיתון) תהיה לזה השפעה על כל המניות בתיק של המשקיע ולכן הסיכון השיטתי כן רלוונטי בעיניו.

בקיצור, **משקיע מבוזר בוחן את הסיכון של מניה על פי הסיכון השיטתי בלבד.**

איך כל זה קשור למודל CAPM?

מקדם הסיכון השיטתי (הביטא - β)

סך הסיכון של נכס בודד נמדד על ידי שונות/סטיית התקן ומורכב מהחלק השיטתי והספציפי:

$$\underset{\text{סך השונות}}{S_i^2} = \underset{\text{השונות השיטתית}}{\beta_i^2 \cdot S_m^2} + \underset{\substack{\text{השונות}\\ \text{הספציפית}}}{NS^2}$$

עבור כל אחד מחלקי הנוסחה - אם מוציאים שורש, מקבלים מונחי סיכון:

הסיכון הספציפי - NS , הסיכון השיטתי - $\beta_i \cdot S_m$, סך הסיכון - S_i

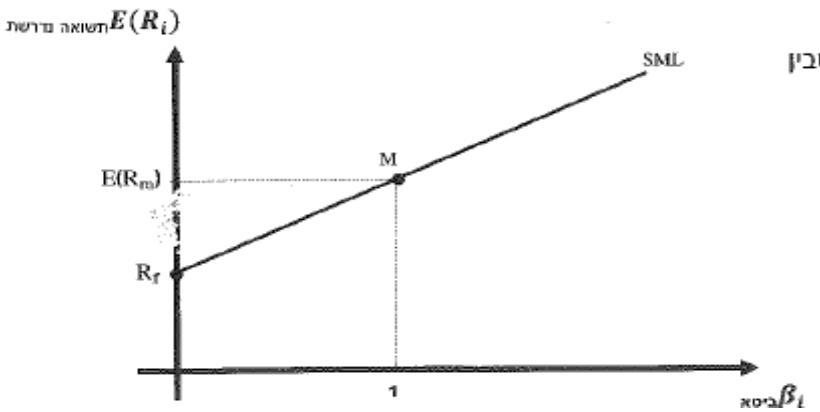
אחת מהנחות המודל היא שלכל המשקיעים מידע זהה ולכן כולם בוחרים להשקיע בתיק השוק.
מאחר ותיק השוק מוגדר כתיק המורכב מכל המניות בשוק ההון, כל המשקיעים שלנו במודל זה הם משקיעים מבוזרים - הרי כולם משקיעים בכל המניות בשוק.
מהסיבה הזו כל המשקיעים בשוק ההון בוחנים את הסיכון של מניות על פי הסיכון השיטתי בלבד.
הרעיון הוא שכל המשקיעים מחזיקים בתיק הכולל את כל המניות ולכן ההשפעה הספיצית של כל נכס בתיק זניחה, ובנוסף אם משקיע בוחן נכס חדש, הוא יבחן אותו על פי הסיכון השיטתי בלבד.
ככל שהסיכון השיטתי יהיה גבוה יותר, כך המשקיע ידרוש עבור המניה החדשה תשואה גבוהה יותר.

אז מהו הסיכון השיטתי?

איך המניה מגיבה לאירועים שקורים בשוק. ככל שהמניה תנודתית יותר כך היא מסוכנת יותר.
מאחר ותיק השוק מכיל את כל הנכסים המסוכנים, הוא המדד שלנו למה שקורה בשוק ולשם כך מה שמעניין אותנו בבחינת מניה חדשה זה עד כמה המניה תנודתית ביחס לתיק השוק.
מקדם הסיכון השיטתי נקרא ביטא (β) - והוא מתאר את התנודתיות ביחס לתיק השוק.

- אם נתון שהביטא של מניה גדולה מ- 1, זה אומר שהמניה יותר תנודתית מתיק השוק.
  במצב כזה השוק ידרוש עבור המניה תשואה שתהיה גבוהה מזו של תיק השוק.
- אם נתון שהביטא של מניה קטנה מ- 1, זה אומר שהמניה פחות תנודתית מתיק השוק.
  במצב כזה השוק ידרוש עבור המניה תשואה שתהיה נמוכה מזו של תיק השוק.
- ואם נתון שהביטא של המניה שווה 1, המניה תנודתיות בדיוק כמו תיק השוק ולכן גם נדרוש עבורה תשואה שתהיה שווה לזו של תיק השוק.

נעביר את הנקודות האלו לגרף:
הגרף הבא מראה לנו את הקשר שבין מקדם הסיכון השיטתי (ביטא β) והתשואה הנדרשת עבור המניה.
ככל שהביטא גבוהה יותר, המניה נחשבת מסוכנת יותר ולכן נדרוש עבורה תשואה גבוהה יותר.
הקו הזה נקרא ה- SML



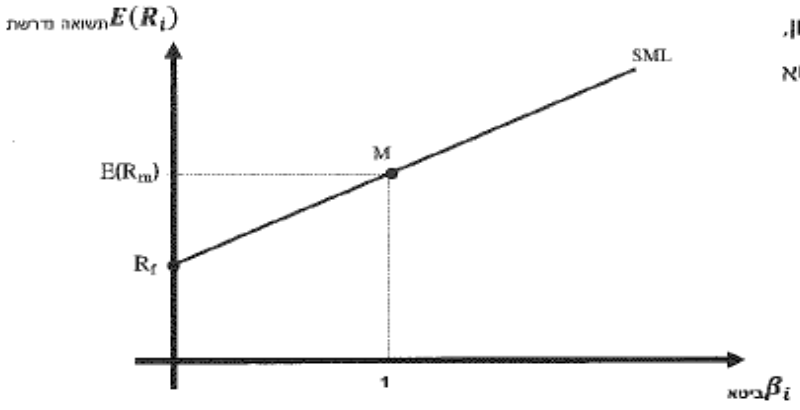
קו שוק ההון: ה- SML (Security Market Line)

כפי שאמרנו, כל המשקיעים בשוק ההון משקיעים בתיק השוק ומאחר והוא מורכב מכל הנכסים בשוק, כל המשקיעים שלנו הם משקיעים מבוזרים.

בתור משקיעים מבוזרים, כאשר הם בוחנים נכס בודד אותו הם מעוניינים לצרף לתיק הם רוצים לבדוק תשואה מול סיכון. רק שהפעם הסיכון נמדד קצת אחרת - באמצעות מקדם הסיכון השיטתי - הביטא (β).

קו ה- SML מתאר עבורנו את הקשר שבין הביטא של נכס בודד לבין התשואה שעלינו לדרוש עבורו. ככל שהביטא גבוהה יותר, כך נדרוש תשואה גבוהה יותר תמורת הסיכון שלוקחים.

מהסיבה הזו קו ה- SML עולה.



הוא מתחיל מגובה ריבית חסרת סיכון, שכן מעצם היותה חסרת סיכון, הביטא שלה היא 0.

עבור נכסים עם ביטא קטנה מ- 1, נדרוש תשואה נמוכה מזו של תיק השוק - $E(R_m)$, עבור נכסים עם ביטא ששווה ל- 1 נדרוש תשואה זהה לזו של תיק השוק ועבור נכסים עם ביטא גדולה מ-1 נדרוש תשואה גבוהה מזו של תיק השוק.

עכשיו נמצא את משוואת ה- SML בעזרתה נוכל למצוא לנכסים שונים את התשואה הנדרשת:

$$\underbrace{E(R_i)}_{\text{תשואה נדרשת}} = \underbrace{R_f}_{\substack{\text{חיתוך} \\ \text{(ריבית חסרת סיכון)}}} + \underbrace{\left[E(R_m) - R_f\right]}_{\substack{\text{שיפוע} \\ \text{(פרמיית הסיכון)}}} \cdot \underbrace{\beta_i}_{\substack{\text{הביטא של} \\ \text{מניה}}}$$

בנינו משוואת קו ישר בעלת שיפוע וחיתוך, כששני המשתנים הם התשואה ($E(R_i)$) והסיכון β_i.

השיפוע של המשוואה $\left[E(R_m) - R_f\right]$ נקרא גם פרמיית הסיכון במשק, ותיכף נראה למה.

דוגמא 3:

ריבית חסרת סיכון במשק היא 4% ותוחלת תשואה תיק השוק היא 12%.

מהי התשואה הנדרשת עבור המניות הבאות:

א. מניה A בעלת ביטא של 0.4

ב. מניה B בעלת ביטא של 1

ג. מניה C בעלת ביטא של 2

ראשית כדי למצוא את התשואה הנדרשת באמצעות ביטא, נבנה את משוואת ה- SML:

$$E(R_i) = R_f + [E(R_m) - R_f] \cdot \beta_i$$

$E(R_i) = 4 + [12 - 4] \cdot \beta_i$ נציב את הריבית חסרת סיכון ותוחלת תשואת תיק השוק

$E(R_i) = 4 + 8 \cdot \beta_i$ קיבלנו את משוואת ה- SML (השיפוע 8, הוא פרמיית הסיכון)

עכשיו נציב במשוואה כל פעם את הביטא של מניה אחרת ונחשב את תוחלת התשואה:

$$E(R_i) = 4 + 8 \cdot \beta_i$$

$E(R_A) = 4 + 8 \cdot 0.4$ נציב את הביטא של מניה A

$E(R_A) = 7.2\%$ עבור מניה זו השוק ידרוש תוחלת תשואה של 7.2%

$$E(R_i) = 4 + 8 \cdot \beta_i$$

$E(R_B) = 4 + 8 \cdot 1$ נציב את הביטא של מניה B

$E(R_B) = 12\%$ עבור מניה זו השוק ידרוש תוחלת תשואה של 12%

שימו לב שבגלל שהביטא 1, השוק דורש תשואה זהה לזו של תיק השוק

$$E(R_i) = 4 + 8 \cdot \beta_i$$

$E(R_C) = 4 + 8 \cdot 2$ נציב את הביטא של מניה C

$E(R_C) = 20\%$ עבור מניה זו השוק ידרוש תוחלת תשואה של 20%

שימו לב שעל מניה B עם ביטא של 1 דורשים 12% ועל מניה C עם ביטא של 2 דורשים 20%.

על כל ביטא נוספת (כלומר עוד יחידת סיכון) השוק דורש **תוספת** של 8% בתשואה.

8% זה השיפוע של משוואת ה- SML ולכן זוהי פרמיית הסיכון.

<u>שיווי משקל בשוק ההון</u>

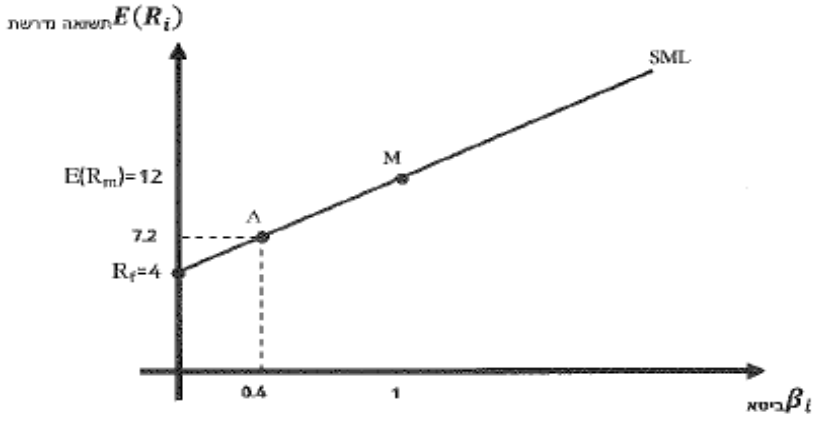
משוואת ה- SML מתארת מה השוק דורש עבור כל מניה.

למשל עבור מניה A שלה ביטא 0.4, מצאנו שהשוק **ידרוש 7.2% תשואה.**

נמקם את התוצאה הזו על הקו.

שימו לב שהגובה של תיק השוק הוא 12% (תוחלת תשואת תיק השוק) ותמיד תהיה לו ביטא 1.

ביחס לזה נמקם את הביטא והתשואה הנדרשת של מניה A.



עכשיו השאלה היא, אם השוק דורש עבור מניה A תשואה של 7.2%, מה המניה מציעה בפועל?

- אם **בפועל** המניה A בעלת תוחלת תשואה של 8.5% הרי שהיא מציעה **<u>תשואה עודפת</u>**. המניה תהיה ממוקמת מעל קו ה- SML.
- אם **בפועל** המניה הזו בעלת תוחלת תשואה של 6% הרי שהיא מציעה **<u>תשואת חסר</u>**. המניה תהיה ממוקמת מתחת לקו ה- SML.

כאשר מניה מציעה יותר או פחות ממה שהשוק דורש, היא לא נמצאת בשיווי משקל.

ניקח לדוגמא מצב שבו המניה נמצאת מעל קו ה- SML, כלומר מציעה תשואה עודפת.

במצב כזה המניה מאוד אטרקטיבית בשוק ההון ולכן כולם ירצו בה. הביקוש למניה הזו יעלה וכך גם המחיר של המניה יעלה, כך שלאט לאט היא תהפוך לפחות ופחות אטרקטיבית ותוחלת התשואה עבורה תקטן. עד כמה התשואה תקטן? עד שתגיע לתשואה הנדרשת.

בדוגמא שלנו, אם מניה A בעלת תוחלת תשואה של 8.5%, הרי שלאחר עליית מחיר המניה התשואה תרד עד שתתיישר על 7.2%, כלומר המניה תשב על קו ה- SML. זה יהיה שיווי משקל.

ומה יקרה אם המניה מציעה פחות ממה שנדרש - תשואת חסר, מתחת ל SML?

מניה כזו אינה כדאית להשקעה ולכן המחיר שלה יתחיל לרדת, ופוטנציאל הרווח שבה יעלה (כי עכשיו ההשקעה יותר קטנה). תוחלת התשואה של המניה תעלה, עד שתגיע ל- 7.2% ותתיישב על קו ה- SML. זה יהיה שיווי משקל.

מכאן והלאה נניח שאלא אם נאמר אחרת, שוק ההון מצוי בשיווי משקל וכל המניות והנכסים המסוכנים יושבים על קו ה- SML

מציאת משוואת ה- SML

ישנן שתי אפשרויות:

1. דרך אחת למציאת המשוואה היא זו שראינו - כאשר נתונים תוחלת תשואת תיק השוק וריבית חסרת סיכון מציבים אותם במשוואה ומשאירים את הביטא והתשואה של המניה באותיות.

לדוגמא: תוחלת תשואת תיק השוק היא 15% וריבית חסרת סיכון 8%.

$$E(R_i) = R_f + [E(R_m) - R_f] \cdot \beta_i$$

$$E(R_i) = 8 + [15 - 8] \cdot \beta_i$$

$$E(R_i) = 8 + 7 \cdot \beta_i$$

2. דרך שניה היא למצוא את השיפוע והחיתוך בעזרת פונקצית STAT במחשבון הפיננסי.
בדיוק כפי שהשתמשנו בדרך זו כדי למצוא את משוואת ה- CML (עבור תיקים יעילים)
הפעם נשתמש בה כדי למצוא את החיתוך והשיפוע של משוואת הקו הישר של ה- SML.

ליחצו על כפתור STAT וביחרו בשורה השניה A+BX.
תקבלו שני טורים X ו- Y בהם נציב את הנתונים שלנו:

ריבית חסרת סיכון - ביטא 0 ותשואה נתונה 8
תיק השוק - ביטא תמיד 1 ותשואה נתונה 15.

	ביטא X	תשואה Y
1	0	8
2	1	15

עכשיו לחצו על AC ובמסך הראשי של המחשבון
ליחצו על SHIFT ואז STAT.
ביחרו ב- 7:reg ולאחר מכן:
ביחרו ב- 1:A כדי למצוא את החיתוך (שיוצא 8) שמתאר את הריבית חסרת סיכון.
ביחרו ב- 2:B כדי למצוא את השיפוע (שיוצא 7) שמתאר את פרמיית הסיכון.

$$E(R_i) = \underbrace{R_f}_{\text{חיתוך}} + \underbrace{[E(R_m) - R_f]}_{\text{שיפוע}} \cdot \beta_i$$

עכשיו את החיתוך והשיפוע נציב בנוסחה וקיבלנו את המשוואה $E(R_i) = 8 + 7 \cdot \beta_i$

למה צריך את הדרך השניה אם הדרך הראשונה הרבה יותר מהירה?
כי בדרך השנייה קל יותר למצוא את המשוואה כשהנתונים קצת שונים.
למשל אם במקום לתת לנו נתונים על ריבית חסרת סיכון ותיק השוק, יתנו לנו נתונים על שתי מניות...

דוגמא 4:

למניה A ביטא 0.8 ותוחלת תשואה 12%.

למניה B ביטא 1.3 ותוחלת תשואה 15%.

נלחץ על כפתור STAT ונבחר בשורה השניה A+BX.

מניה A – ביטא 0.8 ותשואה 12

מניה B – ביטא 1.3 ותשואה 15

	ביטא X	תשואה Y
1	0.8	12
2	1.3	15

עכשיו נלחץ על AC ובמסך הראשי של המחשבון

נלחץ על SHIFT ואז STAT.

נבחר ב- 7:reg ולאחר מכן:

1:A כדי למצוא את החיתוך (שיוצא 7.2) שמתאר את הריבית חסרת סיכון. $R_f = 7.2\%$

2:B כדי למצוא את השיפוע (שיוצא 6) שמתאר את פרמיית הסיכון. $E(R_m)-R_f = 6\%$

עכשיו את החיתוך והשיפוע נציב בנוסחה וקיבלנו את המשוואה: $E(R_i) = \underset{\text{חיתוך}}{7.2} + \underset{\text{שיפוע}}{6} \cdot \beta_i$

אחרי שמצאנו את משוואת ה- SML, נוכל למצוא כל דבר:

למשל מניה C בעלת ביטא של 2.1, ואנחנו מחפשים את התשואה שלה.

$$E(R_i) = 7.2 + 6 \cdot \beta_i$$

$$E(R_C) = 7.2 + 6 \cdot 2.1$$

$$E(R_C) = 19.8\%$$

ואם אנחנו רוצים למצוא את תוחלת תשואת תיק השוק, נציב ביטא של 1.

$$E(R_i) = 7.2 + 6 \cdot \beta_i$$

$$E(R_M) = 7.2 + 6 \cdot 1$$

$$E(R_M) = 13.2\%$$

ואם נתונה לנו מניה שהתשואה שלה 16.2% ורוצים למצוא את הביטא שלה.

$$E(R_i) = 7.2 + 6 \cdot \beta_i$$

$16.2 = 7.2 + 6 \cdot \beta_i$ נציב את התשואה של המניה

$9 = 6 \cdot \beta_i$ נעביר את ה- 7.2 לאגף השני במינוס

$1.5 = \beta_i$ נחלק את ה- 9 ב- 6 ונקבל את הביטא של המניה

<u>מציאת ביטא של מניה</u>

בחלק גדול מהשאלות הביטא של המניה נתונה ואנחנו צריכים למצוא את התשואה שלה.

בחלק אחר של השאלות אנחנו צריכים למצוא את הביטא של המניה, בהתאם לנתונים.

אפשרות אחת היא כמו בדוגמא האחרונה שבעמוד הקודם -

נתונה תשואת המניה ובעזרת משוואת ה- SML מצאנו את הביטא שלה.

ישנה גם האפשרות שיתנו לנו מקדם מתאם או שונות משותפת ואז נצטרך להשתמש באחת הנוסחאות הבאות:

אם נתון מקדם המתאם של המניה עם תיק השוק: $\beta_{\text{ביטא מניה}} = r \cdot \frac{S_{\text{סטיית תקן מניה}}}{S_{m\ \text{סטיית תקן תיק השוק}}}$ (מקדם המתאם)

אם נתונה השונות המשותפת של המניה עם תיק השוק: $\beta_{\text{ביטא מניה}} = \frac{Cov_{\text{שונות משותפת}}}{S^2_{m\ \text{שונות תיק השוק}}}$

דוגמא 5:

תוחלת תשואת תיק השוק היא 20% וסטיית התקן 15%.

ריבית חסרת סיכון במשק 8%.

מהי התשואה הנדרשת עבור מניה A, לה סטיית תקן 30% והמתאם שלה עם תיק השוק הוא 0.8?

כדי למצוא תשואה נדרשת של מניה צריך לבנות את משוואת ה- SML ולהציב שם את הביטא של המניה. זה אומר שיש לנו שני דברים שצריך לעשות:

1. נמצא את הביטא של המניה בעזרת הנוסחה עם מקדם המתאם:

$$\beta_i = r \cdot \frac{S_i}{S_m}$$

$$\beta_A = 0.8 \cdot \frac{30}{20}$$

$$\beta_A = 1.2$$

2. עכשיו את הביטא שמצאנו נציב בנוסחת ה- SML:

$$E(R_i) = R_f + [E(R_m) - R_f] \cdot \beta_i$$

$E(R_i) = 8 + [20 - 8] \cdot \beta_i$ — נציב את ריבית חסרת סיכון ותשואת תיק השוק

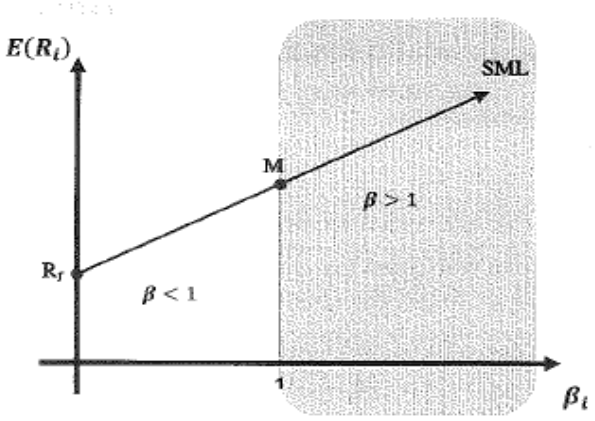
$E(R_i) = 8 + 12 \cdot \beta_i$ — זו משוואת ה- SML

$E(R_i) = 8 + 12 \cdot 1.5$ — נציב בה את הביטא של המניה

$E(R_i) = 26\%$ — וזו תשואת המניה שחיפשנו

שינויים בריבית חסרת סיכון

ראינו איך שינויים בריבית חסרת סיכון משפיעה על קו שוק ההון (CML) כאשר בדקנו מה קורה למצב הלווים והמלווים. הפעם נעשה אותו הדבר רק שהחלוקה של הגרף תהיה למניות שהביטא שלהן גדולה מ- 1 ולמניות שהביטא שלהן קטנה מ- 1.

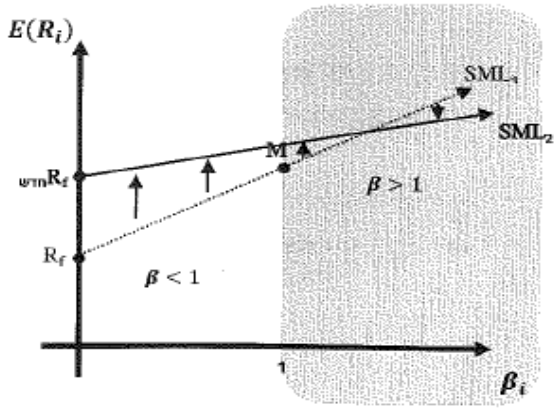


מאחר והביטא של תיק השוק היא תמיד 1, הוא יחלק לנו את הגרף כך שכל המניות שממוקמות על קו ה- SML משמאלו יהיו בעלות ביטא קטנה מ- 1 וכל אלו שמימינו יהיו בעלות ביטא גדולה מ- 1.

כבר ראינו שכשריבית חסרת סיכון עולה או יורדת, אנחנו מקבלים קו CML חדש, וקו ה- SML מתנהג בדיוק באותה צורה (שכן גם הוא יוצא מ- R_f ועובר דרך תיק השוק). לכן נעבוד על פי הכלל הבא (שנכון גם עבור מקרים שמסתכלים על ה- CML):

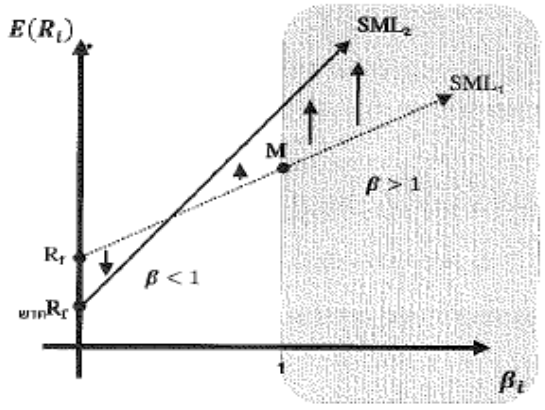
שינוי בריבית חסרת סיכון ייצור קו חדש שיצא מה- R_f החדש ויעבור <u>מעל</u> תיק השוק המקורי

<u>ריבית חסרת סיכון עולה:</u>



שימו לב שהקו החדש SML_2 יוצא מהריבית החדשה הגבוהה יותר ועובר מעל תיק השוק המקורי - M.
בתחום המודגש (ביטא גדולה מ- 1) יש מניות שהתשואה שלהן עולה ויש כאלו שהתשואה יורדת. לעומת זאת בתחום שלא מודגש (ביטא קטנה מ- 1) התשואה של כל המניות עולה.

<u>ריבית חסרת סיכון יורדת:</u>



שימו לב שהקו החדש SML_2 יוצא מהריבית החדשה הנמוכה יותר ועובר מעל תיק השוק המקורי - M.
בתחום המודגש רואים שעבור כל הנכסים שהביטא שלהם גדולה מ- 1, התשואה עולה. בתחום שלא מודגש יש מניות שהתשואה שלהן עולה ויש כאלו שהתשואה יורדת.

מודל גורדון לתמחור נכסים

כאשר משקיע רוכש מניה, הוא למעשה רוכש חלק מהבעלות על החברה ולכן זכאי לחלק היחסי מהרווחים שלה. את החלק שלו המשקיע מקבל באמצעות חלוקת דיבידנדים על ידי החברה.
כאשר חברה מחלקת דיבידנדים באופן סדיר, אחת הדרכים לתמחר את המניה היא באמצעות היוון של תזרים הדיבידנדים הצפוי מאותה מניה. לשיטת התמחור הזו קוראים **מודל גורדון**.
מאחר ומדברים על מניות, מחיר ההון שבו נהוון את התזרים הוא התשואה הנדרשת עבור המניה - אותה הרגע למדנו איך למצוא באמצעות ה- SML.

דוגמא 6:

מניה צפויה לחלק דיבידנד שנתי קבוע (מידי סוף שנה) בגובה 5 ₪.
מהו מחיר המניה בתחילת השנה, אם השוק דורש עבור מניה זו תשואה שנתית של 8%?

מאחר ומניחים שהמניה לא תחדול מלחלק דיבידנדים בזמן הקרוב, נסתכל על התזרים שנובע מהמניה כעל תזרים אינסופי.
מאחר ואנחנו בתחילת שנה, והדיבידנד מחולק בסוף שנה, מדובר בתזרים אינסופי שמתחיל בעוד תקופה, לכן נשתמש בנוסחא: $PV = \frac{PMT}{I\%}$ (PV מייצג את מחיר המניה)

התזרים התקופתי (PMT) הוא 5 ומחיר ההון (I%) הוא 8%: $PV = \frac{5}{8\%} = 62.5$

דוגמא לחברה שרווחיה צומחים:

רווחי חברה צפויים להיות השנה 500,000 ₪ וצפויים לצמוח ב- 5% כל שנה.
החברה מחלקת בסוף שנה את כל רווחיה. הון המניות של החברה הוא 20,000.
מה צריך להיות מחיר מניה בתחילת השנה אם השוק דורש עבור המניה תשואה שנתית של 9%?

ראשית נחלק את רווחי החברה במספר המניות כדי למצוא את הרווח למניה - $\frac{500,000}{20,000} = 25$

מאחר והחברה מחלקת את כל רווחיה, הדיבידנד למניה בסוף השנה יהיה 25 ₪.
כאשר רווחי החברה צומחים, גם הדיבידנד יצמח יחד איתם,
ובמצב כזה נשתמש בנוסחה למציאת מחיר מניה עבור חברה צומחת: $PV = \frac{PMT}{I\% - g\%}$

כאשר g הוא שיעור הצמיחה (5% בדוגמא זו).

נציב את הנתונים בנוסחה. מחיר המניה הוא $PV = \frac{25}{9\% - 5\%} = 625$

דוגמא 7:

ריבית חסרת סיכון במשק היא 4% ותוחלת תשואת תיק השוק 10%.

חברה שוקלת להכנס לפרויקט בעל התזרים הבא:

שנה	0	1	2	3
תזרים	(100-)	40	50	30

אם ידוע שהביטא של החברה היא 0.3, מה תחליט החברה?

עוד בפרק של הפרויקטים ראינו שצריך לבדוק את הערך הנוכחי הנקי של הפרויקט כדי לדעת אם כדאי להשקיע בו או לא. במקרה זה נתון לנו הפרויקט וחסר מחיר ההון להיוון.

את מחיר ההון של החברה נמצא על ידי הצבת הביטא של החברה במשוואת ה- SML.

$$E(R_i) = R_f + \left[E(R_m) - R_f\right] \cdot \beta_i$$

$E(R_i) = 4 + [10 - 4] \cdot \beta_i$	נציב את ריבית חסרת סיכון ותשואת תיק השוק
$E(R_i) = 4 + 6 \cdot \beta_i$	זו משוואת ה- SML
$E(R_i) = 4 + 6 \cdot 0.3$	נציב בה את הביטא של החברה
$E(R_i) = 5.8\%$	זה מחיר ההון שבו נהוון את הפרויקט

נכניס את התזרים לפונקציית CASH עם מחיר הון 5.8% ונמצא **NPV = 7.807**

ערך נוכחי נקי חיובי, לכן החברה תשקיע בפרויקט.

חשוב לשים לב שאם נתונה ביטא של מניה - בעזרת ה SML אנחנו יכולים למצוא את התשואה הנדרשת על המניה ואז לתמחר אותה באמצעות מודל גורדון.

מצד שני אם נתונה ביטא של חברה - בעזרת ה SML אנחנו יכולים למצוא את התשואה הנדרשת עבור נכסי החברה (כלומר פרויקטים) וכך לבחון כדאיותם.

שאלות מבחינות עבר:

נתונים לשאלות 1-3

ידוע כי סטיית התקן של תיק השוק הינה 18%. כמו כן, ידוע כי אפשר ללוות ולהלוות בריבית חסרת סיכון בגובה 4% וכי פרמיית הסיכון בשוק הינה 9%.

ארנון מושקע בתיק מניות הכולל שתי מניות בלבד: "מלנוקס" ו "בבילון", כאשר במלנוקס הוא משקיע 70% מכספו. הביטא של התיק שלו הינה 1.2 ובנוסף נתון כי:

$\sigma_{\text{מלנוקס}} = 0.22$

$\sigma_{\text{בבילון}} = 0.31$

$\rho_{\text{בבילון,מלנוקס}} = 0.7$

<u>שאלה 1</u>

מהי סטיית התקן של התיק בו מושקע ארנון?

א. 0.052
ב. כל התשובות האחרות שגויות
ג. 0.228
ד. 0.032
ה. 0.179

<u>שאלה 2</u>

לצורך שאלה זו בלבד הניחו כי סטיית התקן של התיק בו מושקע ארנון היא 0.3.

מהו הסיכון הספציפי בתיקו של ארנון?

א. 0.20
ב. 0.04
ג. 0
ד. 0.25
ה. כל התשובות האחרות שגויות

<u>שאלה 3</u>

הניחו כי ארנון מעוניין לשמור על רמת התוחלת התשואה הנוכחית הקיימת בתיק שלו.

מהי סטיית התקן המינימאלית אליה יוכל להגיע?

א. לא ניתן להקטין את סטיית התקן יחסית לתיק הקיים
ב. 0
ג. 0.083
ד. 0.216
ה. 0.149

שאלה 4

בשוק ההון נסחרות שתי מניות: A ו- B, במקביל למניות רבות נוספות. ידוע כי תוחלת התשואה של מניה A גבוהה מתוחלת התשואה של מניה B. עוד ידוע כי סטיית התקן של מניה A נמוכה מסטיית התקן של מניה B. איזה מההסברים הבאים מסביר בצורה הטובה ביותר את פערי התשואה בין שתי המניות?

א. הסיכון הלא שיטתי במניה B גבוה מהסיכון השיטתי במניה A.
ב. הסיכון השיטתי במניה A נמוך מהסיכון השיטתי במניה B.
ג. הסיכון השיטתי במניה B נמוך מהסיכון השיטתי במניה A.
ד. הסיכון הלא שיטתי במניה A גבוה מהסיכון הלא שיטתי במניה B.
ה. בשתי המניות הסיכון הכולל הוא אותו סיכון כולל (שיטתי + ספציפי)

נתונים לשאלות 5-7

בשוק הון מסוים נסחרות מניות הבאות:

מניה	ביטא β	תוחלת תשואה Ri
KKL	0.6	10%
BO	1.1	15%
ADG	1.5	?

הניחו כי מודל CAPM תקף.

שאלה 5

מה שיעור הריבית חסרת הסיכון (Rf) בשוק הון זה?

א. 2%
ב. 3%
ג. 4%
ד. 5%
ה. כל התשובות האחרות שגויות.

שאלה 6

מה שיעור פרמיית הסיכון (R_m-R_f) בשוק הון זה?

א. 7%
ב. 11%
ג. 13%
ד. 10%
ה. כל התשובות האחרות שגויות

שאלה 7

מה שיעור תוחלת התשואה הצפוי למניה ADG?

א. 15%
ב. 16%
ג. 17%
ד. 18%
ה. 19%

שאלה 8

הניחו כי התאריך הנוכחי הוא 31/12/2013. חברת "מטעמים" צפויה לחלק דיבידנד בגובה 2 ש"ח מידי שנה החל מה- 31/12/2014 לנצח. הביטא של המניה הינה 0.8 והיא נסחרת כרגע בשווי של 20 ש"ח. ידוע בנוסף כי תוחלת תשואת תיק השוק היא 10% ושיעור ריבית חסרת סיכון הינו 4%. בהתייחס לנתונים המתוארים לעיל, איזה מההיגדים הבאים הוא הנכון ביותר?

א. המניה מתומחרת ביתר, מכיוון שהתשואה המגולמת במחיר המניה משקפת תשואה הגבוהה מזו שתקבע על פי מודל CAPM
ב. כל ההיגדים האחרים שגויים
ג. המניה מתומחרת בחסר, מכיוון שהתשואה המגולמת במחיר המניה משקפת תשואה הגבוהה מזו שתקבע על פי מודל CAPM
ד. המניה מתומחרת בחסר, מכיוון שהתשואה המגולמת במחיר המניה משקפת תשואה נמוכה מזו שתקבע על פי מודל CAPM
ה. המניה מתומחרת ביתר, מכיוון שהתשואה המגולמת במחיר המניה משקפת תשואה נמוכה מזו שתקבע על פי מודל CAPM

שאלה 9

איזו מהטענות הבאות אינה נכונה?

א. תיק השוק הוא תיק יעיל.
ב. במודל CAPM המשקיעים יקבלו פיצוי עבור הסיכון השיטתי והן בגין הספציפי.
ג. לא ניתן להקטין את הסיכון השיטתי של תיק על ידי הגדלת הפיזור.
ד. ניתן להקטין את הסיכון הלא שיטתי על ידי הגדלת הפיזור של התיק.
ה. במודל CAPM שוק ההון מפצה את המשקיעים על הסיכון השיטתי

שאלה 10

לפניכם שלושה היגדים המתייחסים למודל ה- CAPM:

I. השקעות בעלות אותה רמה של סיכון כולל (הנמדד באמצעות סטיית התקן), צפויות להניב אותה רמה של תוחלת תשואה.
II. באמצעות קו ה- SML ניתן לתמחר אך ורק תיקים יעילים.
III. באמצעות קו ה- CML ניתן לתמחר גם תיקים יעילים וגם תיקים לא יעילים.

איזה/אילו מההיגדים הנ"ל נכון/ים?

א. היגד II בלבד.
ב. היגד I בלבד.
ג. היגד III בלבד.
ד. כל ההיגדים שגויים.
ה. רק היגדים I ו- II.

<u>פתרון 1</u>

בשאלה זו בונים תיק משתי מניות ומחפשים את סטיית התקן:

$$S_p = \sqrt{W_A^2 \cdot S_A^2 + W_B^2 \cdot S_B^2 + 2 \cdot W_A \cdot W_B \cdot S_A \cdot S_B \cdot r}$$

S_p — סטיית תקן תיק

W_A — משקל מניה A בריכוז

S_A — סטיית תקן מניה A בריכוז

W_B — משקל מניה B בריכוז

S_B — סטיית תקן מניה B בריכוז

W_A — משקל מניה A

W_B — משקל מניה B

S_A — סטיית תקן מניה A

S_B — סטיית תקן מניה B

r — מקדם המתאם

נגדיר את מלנוקס כמניה A (70%), ובבילון כמניה B (30%).

את המשקלים נרשום בשבר עשרוני ואת סטיות התקן אפשר במספרים רגילים או בשברים עשרוניים.

$$S_p = \sqrt{0.7^2 \cdot 0.22^2 + 0.3^2 \cdot 0.31^2 + 2 \cdot 0.7 \cdot 0.3 \cdot 0.22 \cdot 0.31 \cdot (0.7)}$$

התוצאה של התרגיל בתוך השורש היא 0.0524 וסטיית התקן של התיק היא $S_p = 0.228$

תשובה ג' נכונה.

<u>פתרון 2</u>

סך הסיכון של נכס בודד נמדד על ידי שונות/סטיית התקן ומורכב מהחלק השיטתי והספציפי:

$$S_i^2 = \beta_i^2 \cdot S_m^2 + NS^2$$

S_i^2 — סך השונות

$\beta_i^2 \cdot S_m^2$ — השונות השיטתית

NS^2 — השונות הספציפית

עבור כל אחד מחלקי הנוסחה - אם מוציאים שורש, מקבלים מונחי סיכון:

הסיכון הספציפי - NS - אותו נחפש.

$$0.3^2 = 1.2^2 \cdot 0.18^2 + NS^2$$

נתונים:
סטיית התקן של התיק 0.3
ביטא של התיק 1.2
סטיית התקן של תיק השוק 18% (0.18)

$$0.0433 = NS^2$$

$$0.20 = NS$$

תשובה א' נכונה.

<u>פתרון 3</u>

בשלב הראשון נמצא את תוחלת התשואה של התיק של ארנון על פי הביטא שלו וקו ה- SML:

$$E(R_i) = R_f + [E(R_m) - R_f] \cdot \beta_i$$

$$E(R_i) = 4 + [9] \cdot \beta_i$$

$$E(R_i) = 4 + 9 \cdot 1.2$$

$$E(R_i) = 14.8\%$$

כדי להשיג סטיית תקן מינימאלית עבור אותה תוחלת תשואה, ארנון צריך להפוך להיות משקיע יעיל - כלומר לבנות תיק שיהיה על קו ה- CML, בתוחלת תשואה של 14.8%.

נבנה את משוואת ה- CML:

$$E(R_i) = R_f + \left[\frac{E(R_m) - R_f}{\sigma_m}\right] \cdot \sigma_i$$

לאחר שבונים את המשוואה, נציב את תוחלת התשואה ונמצא את החסר.

$$E(R_i) = 4 + \left[\frac{9}{18}\right] \cdot \sigma_i$$

$$E(R_i) = 4 + 0.5 \cdot \sigma_i$$

$$14.8 = 4 + 0.5 \cdot \sigma_i$$

$$21.6 = \sigma_i$$

תשובה ד' נכונה

<u>פתרון 4</u>

כאשר תוחלת התשואה של A גבוהה מזו של B, המשמעות היא שהיא נמצאת גבוה יותר על קו ה- SML, ופועל יוצא מזה שהביטא שלה גדולה יותר. ולכן הסיכון השיטתי שלה גדול יותר.
מכאן שתשובה ג' נכונה.

כדי לפסול את יתר התשובות:
נתון שסטיית התקן של מניה A נמוכה מזו של B. נבנה את הנוסחה של הסיכון לכל מניה:

$$S_A^2 = \beta_A^2 \cdot S_m^2 + NS^2 \qquad < \qquad S_B^2 = \beta_B^2 \cdot S_m^2 + NS^2$$

שימו לב שמאחר והסיכון השיטתי של מניה A גדול מזה של B,
חייב להיות שהסיכון הלא שיטתי של B גדול מזה של A (רק כך סך סטיית התקן תהיה גדולה יותר).

<u>פתרון 5-7</u>

נתונות שתי מניות שלהן גם ביטא וגם תוחלת תשואה.

נוכל להציב את הנתונים האלו בפונקציית STAT, ולמצוא את החיתוך והשיפוע של ה- SML:

מניה KKL - ביטא 0.6 ותשואה 10

מניה BO - ביטא 1.1 ותשואה 15

	ביטא X	תשואה Y
1	0.6	10
2	1.1	15

עכשיו נלחץ על AC ובמסך הראשי של המחשבון

נלחץ על SHIFT ואז STAT.

נבחר ב- 7:reg ולאחר מכן:

1:A כדי למצוא את החיתוך (שיוצא 4) שמתאר את הריבית חסרת סיכון. $R_f = 4\%$

2:B כדי למצוא את השיפוע (שיוצא 10) שמתאר את פרמיית הסיכון. $E(R_m)-R_f = 10\%$

שאלה 1 - תשובה ג'

שאלה 2 - תשובה ד'

עכשיו את החיתוך והשיפוע נציב בנוסחה וקיבלנו את המשוואה: $E(R_i) = \underset{\text{חיתוך}}{4} + \underset{\text{שיפוע}}{10} \cdot \beta_i$

נציב את הביטא של מניה ADG:

למשל מניה C בעלת ביטא של 2.1, ואנחנו מחפשים את התשואה שלה.

$$E(R_i) = 4 + 10 \cdot 1.5$$

$$E(R_i) = 19\%$$

תשובה ה' נכונה

פתרון 8

נתחיל בתמחור המניה על פי מודל גורדון ונראה כמה זה יוצא ביחס למחיר הנתון.

$$\boldsymbol{E(R_i) = R_f + \left[E(R_m) - R_f\right] \cdot \beta_i}$$

$E(R_i) = 4 + [10 - 4] \cdot \beta_i$	נציב את ריבית חסרת סיכון ותשואת תיק השוק
$E(R_i) = 4 + 6 \cdot \beta_i$	זו משוואת ה- SML
$E(R_i) = 4 + 6 \cdot 0.8$	נציב בה את הביטא של החברה
$\boldsymbol{E(R_i) = 8.8\%}$	זה מחיר ההון שבו נהוון את הדיבידנדים

מאחר והדיבידנד הקרוב יהיה בעוד שנה וימשיך כך לנצח, מדובר בתזרים אינסופי שמתחיל בעוד תקופה, לכן נשתמש בנוסחא: $\boldsymbol{PV = \frac{PMT}{I\%}}$ (PV מייצג את מחיר המניה)

התזרים התקופתי (PMT) הוא 2 ומחיר ההון (I%) הוא 8.8%: $\boldsymbol{PV = \frac{2}{8.8\%} = 22.72}$

מאחר והמחיר בשוק הוא 20 ש"ח, הרי שהיא מתומחרת בחסר, כלומר התשואה המגולמת היא תשואה עודפת.

תשובה ג' נכונה.

פתרון 9

א. תיק השוק הוא אכן תיק יעיל

ב. במודל CAPM, הפיצוי (כלומר תוחלת התשואה) נקבע לפי הביטא על קו ה- SML, כלומר על פי הסיכון השיטתי בלבד. זו הטענה שאינה נכונה.

ג. נכון, את הסיכון הלא שיטתי ניתן להקטין, לכן הוא נקרא הסיכון הפזיר. את הסיכון השיטתי באמת אי אפשר להקטין.

ד. ראה תשובה ג'.

ה. ראה תשובה ב'.

פתרון 10

I. השקעות בעלות אותה רמה של סיכון כולל (הנמדד באמצעות סטיית התקן), צפויות להניב אותה רמה של תוחלת תשואה - לא נכון, רמת תוחלת התשואה נקבעת לפי הסיכון השיטתי בלבד ולא לפי הסיכון הכולל.

II. באמצעות קו ה- SML ניתן לתמחר אך ורק תיקים יעילים - לא נכון, ניתן לתמחר את כל הנכסים על קו ה- SML, מניות, תיקים יעילים וגם תיקים לא יעילים.

III. באמצעות קו ה- CML ניתן לתמחר גם תיקים יעילים וגם תיקים לא יעילים - לא נכון, על קו ה- CML ניתן לתמחר תיקים יעילים בלבד.

כל הטענות שגויות